

УДК 332.133

DOI 10.34670/AR.2019.90.8.033

**Эмпирические фазовые траектории агломерационного процесса****Киселёва Наталья Николаевна**

Доктор экономических наук, профессор, заместитель директора,  
Северо-Кавказский институт (филиал),  
Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ,  
357502, Российская Федерация, Пятигорск, ул. Дунаевского, 5;  
e-mail: kiseleva-n-n@yandex.ru

**Митрофанова Инна Васильевна**

Доктор экономических наук, профессор,  
главный научный сотрудник, лаборатория региональной экономики,  
Федеральный исследовательский центр – Южный научный центр Российской академии наук,  
344006, Российская Федерация, Ростов-на-Дону, просп. Чехова, 41;  
e-mail: mitrofanova@volsu.ru

**Киселёв Виктор Васильевич**

Доктор биологических наук, профессор,  
профессор кафедры экономики и финансового права,  
Северо-Кавказский институт (филиал),  
Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ,  
357502, Российская Федерация, Пятигорск, ул. Дунаевского, 5;  
e-mail: vikkiselev@yandex.ru

**Бавина Кристина Викторовна**

Преподаватель кафедры экономики и финансового права,  
Северо-Кавказский институт (филиал),  
Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ,  
357502, Российская Федерация, Пятигорск, ул. Дунаевского, 5;  
e-mail: bavinakv@gmail.com

**Пехова Людмила Степановна**

Кандидат педагогических наук,  
директор регионального центра «Высшая школа государственного управления»,  
Российская академия народного хозяйства и государственной  
службы при Президенте РФ (Западный филиал),  
236016, Российская Федерация, Калининград, ул. Артиллерийская, 62;  
e-mail: l.pekhova@mail.ru

**Аннотация**

В статье на фактологическом материале, с использованием функциональной зависимости концентрации населения  $x$  с темпами ее изменения  $y$ , построены фазовые траектории агломерационного процесса городских агломераций. Авторами доказано, что механизм регуляции концентрации экономической активности населения основан на принципах положительной и отрицательной прямой и обратной связи между темпами изменения численности населения и его концентрацией. Проанализированное многочисленное разнообразие причин центростремительных сил послужило предпосылкой для классификации агломерации, с точки зрения устойчивости или стабилизации, на четыре главных типа: стабильная, метастабильная, двуполярная, растущая. Выявлено наличие особых или критических точек состояния городской агломерации, существование области бифуркационных значений параметров системы, при которых ее поведение становится скачкообразным и может характеризоваться динамическим хаосом. Сделан вывод, что все рассмотренные типы городской агломерации не зависят ни от ее крупности, ни от того, является ли она моноцентрической или полицентрической, ни от процента населения ядра агломерации.

**Для цитирования в научных исследованиях**

Киселёва Н.Н., Митрофанова И.В., Киселев В.В., Бавина К.В., Пехова Л.С. Эмпирические фазовые траектории агломерационного процесса // Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2019. Том 9. № 8А. С. 318-339. DOI 10.34670/AR.2019.90.8.033

**Ключевые слова**

Агломерация, фазовые траектории, городская агломерация, агломерационный процесс, агломерационный эффект, пространственно-временная динамика.

**Введение**

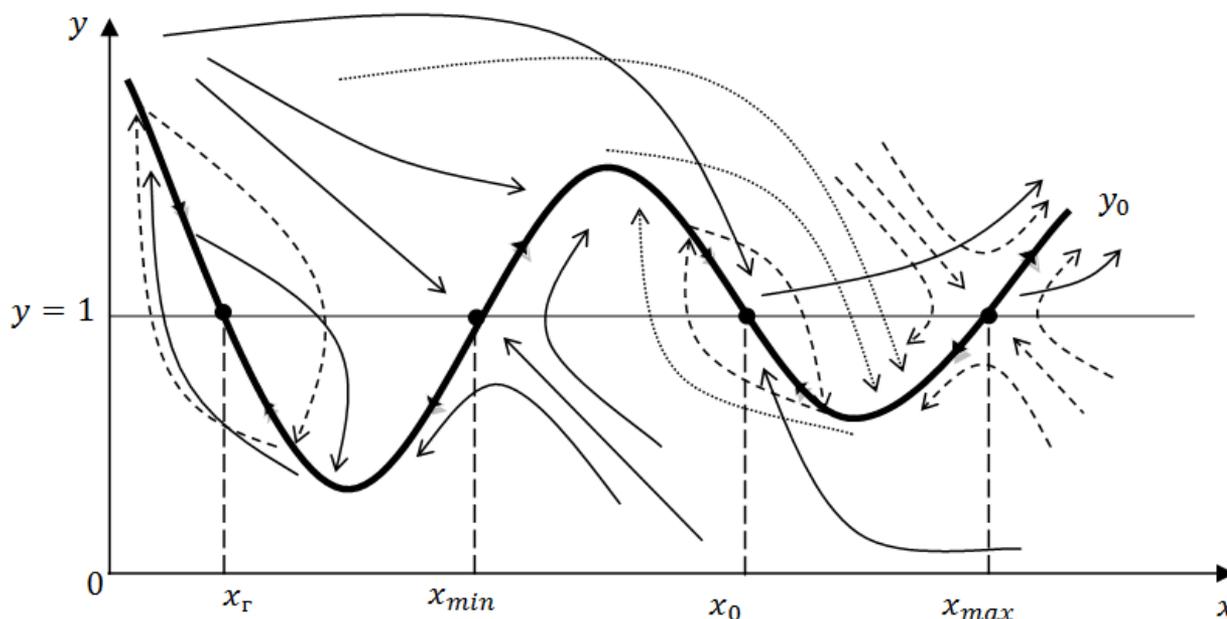
Территориальное распределение макроэкономических явлений и последствий деятельности человека в государствах мира (миграция населения, возникновение и исчезновение на географической карте поселений, промышленных и иных объектов, изменение облика ландшафтов, природных комплексов, гидрологической сети, климата в погодах и т.д.) обусловлено факторами эндогенной и экзогенной природы [Krugman, 1980; Krugman, 1994; Fujita, Thisse, 2002; Fujita, 2007]. Обозначенные явления взаимосвязаны, эффекты таких изменений синергетические, а причинно-следственные связи могут включать в свою цепь точки бифуркации.

Объект нашего исследования – агломерационный процесс, как пространственно-временная динамика концентрации экономической, инновационной и деловой активности (степень сосредоточения производства).

Цель статьи – на фактологическом материале продемонстрировать многообразие путей формирования городских агломераций и их эволюцию в пределах России. Материалом для работы послужили доступные для всех справочные сведения Росстата.

Ранее авторами было установлено, что на фазовом портрете агломерационного процесса в системе координат на плоскости «численность населения городской агломерации  $x$  – темп ее роста  $y$ » статическая кривая  $y_0 = y_0(x)$  может иметь несколько особых точек [Киселева,

Киселев, Бавина и др., 2019], (рис. 1). Их количество определяется числом корней уравнения  $y_0(x) = 1$ .



Где:  $x_r$  – равновесное состояние города-ядра;  $x_{min}$  – точка зарождения городской агломерации, начало проявления агломерационных эффектов;  $x_0$  – стабильное состояние городской агломерации;  $x_{max}$  – точка перехода городской агломерации в более высокий ранг крупности;  $y_0$  – статическая кривая концентрации экономической активности.  $x_{min}$  и  $x_{max}$  – точки бифуркации.

→ } возможные фазовые траектории для различных типов особых точек,  
 - - - }  $x_{min}, x_0, x_{max}$   
 - - - }

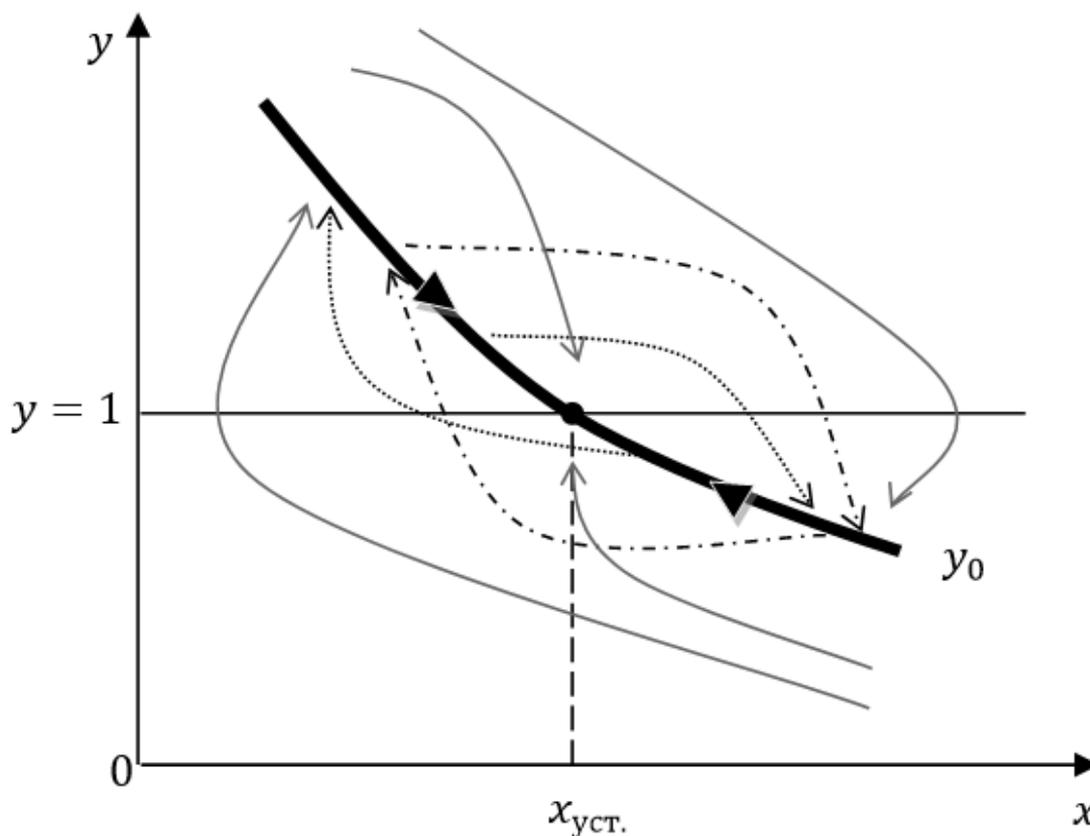
Примечание. Составлено авторами.

**Рисунок 1 – Фазовый портрет агломерационного процесса**

Такие точки называются также точками равновесия или критическими точками, и классифицируются на различные типы (фокус, седло, узел, центр или еще какая-либо другая сложная точка) [Чиллингоурт, 1979; Тарасевич, 2003]. Каждому типу особой точки соответствует фазовый портрет на фазовой плоскости, представляющий совокупность всевозможных мгновенных состояний изучаемой динамической системы – в данном случае городской агломерации – состояние которой описывается фазовой точкой  $(x, y)$ . Изменение состояния агломерации изображается движением фазовой точки по некоторой линии, которая называется фазовой траекторией (рис. 2). Качественный вид фазовой траектории определяется типом особой точки.

Принадлежность точки к тому или иному типу обусловлено видом статической кривой  $y_0$ , которая порождает эту точку. Зависимость  $y_0 = y_0(x)$  определяется влиянием большого количества факторов (экономических, социальных, политических и др.). Соотношение сил воздействия которых может существенно меняться и модифицировать фазовый портрет. Иногда такую закономерность можно выявить, объяснить и говорить о регулирующих факторах агломерационного процесса, о центробежных и центростремительных силах. Однако влияние всегда имеет случайную составляющую, поэтому может произойти изменение не только типа

(«статуса») особых точек, изменение фазового портрета и изменение фазовой траектории, но изменение количества критических точек, что тоже влечет трансформацию фазового портрета. При изменении типа особых точек и (или) их количества может произойти пересечение фазовых траекторий.



*Примечание.* Составлено авторами.

**Рисунок 2 – Пример фазовых траекторий, порожденных особой (критической) точкой  $x_{уст.}$  и статической кривой  $y_0$  (убывающая функция с одной устойчивой точкой равновесия  $x_{уст.}$ ), механизм регуляции численности населения городской агломерации основан на принципе отрицательной обратной связи, тонкие линии изображают фазовые траектории для критической точки различного типа (циклы, автоколебания, затухающие колебания и др. режимы)**

Каждому статическому виду фазового портрета можно поставить в соответствие динамический фазовый портрет. Это такой график в системе координат  $(xOt)$ , на котором непрерывной линией изображается изменение численности (концентрации) населения городской агломерации во времени. В зависимости от типа особой точки динамический фазовый портрет может иметь вид автоколебаний с циклами различной длины, автоколебаний с затухающей или возрастающей амплитудой, ограниченной сверху и снизу, вид монотонной кривой, приближающейся к точке равновесия сверху или снизу, или еще какой-либо вид, генерируемый статической кривой  $y_0 = y_0(x)$ .



Где: 1 – Кавказско-Минераловодская агломерация; 2 – Махачкалинская агломерация; 3 – Старооскольско-Губкинская агломерация; 4 – Белгородская агломерация; 5 – Владивостокская агломерация; 6 – Ростовская агломерация; 7 – Самарско-Тольятинской агломерации; 8 – Чебоксарская агломерация; 9 – Сочинская агломерация; 10 – Казанская агломерация; 11 – Калининградская агломерация; 12 – Красноярская агломерация; 13 – Кемеровская агломерация; 14 – Саратовская агломерация.

*Примечание.* Составлено авторами.

**Рисунок 3 – Пространственное распределение исследуемых городских агломераций на территории Российской Федерации**

### **Построение фазовых траекторий агломерационного процесса**

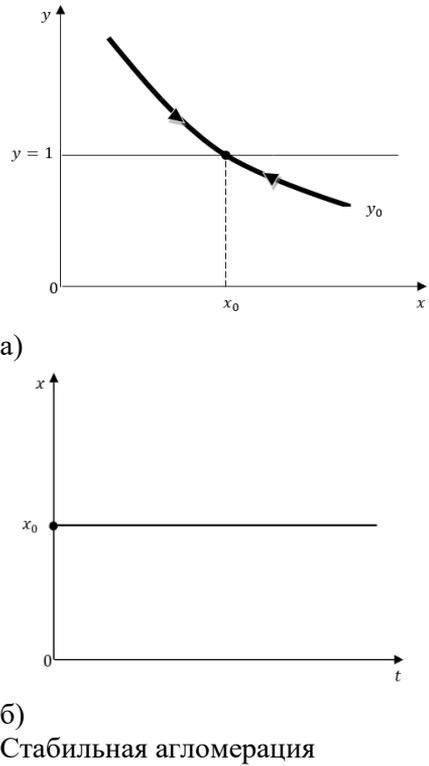
Обратимся к примерам. Построим фазовые траектории агломерационного процесса городских агломераций, обозначенных на рисунке 3, используя функциональную зависимость концентрации населения  $x$  с темпами ее изменения  $y$ . Характеристики исследуемых городских агломераций представлены в таблице 1. Материалом для нахождения характеристик и вычисления их значений послужили официальные данные различных источников Росстата за период с 2002 по 2018 годы, а также за более ранний период.

Изображающая точка на фазовой траектории заключает в себе информацию о времени  $t$ , (годы), численности населения  $x(t)$ , (тыс. чел.) и темпы изменения численности населения городской агломерации  $y(t) = \frac{x(t+1)}{x(t)}$ , (безразмерная величина, дискретный шаг времени составляет два года). Других данных нет, натурные эксперименты невозможны из-за их сложности, крупной затратности, большой длительности эксперимента и т.п. На рисунке 4 представлена фазовая траектория динамики населения малой полицентрической Старооскольско-Губкинской городской агломерации с населением городов-центров на 2018 год 88% от общей численности населения агломерации (сформирована к 1980 г.).

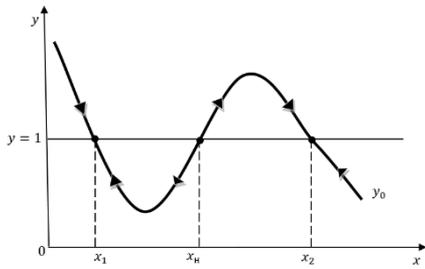
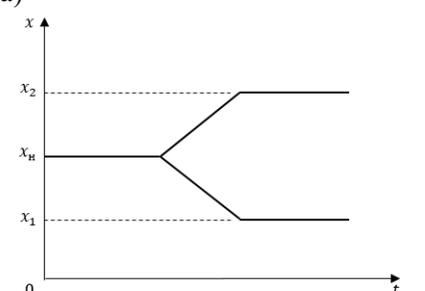
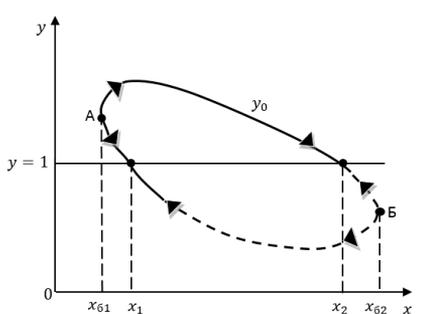
На фазовой кривой отчетливо можно выделить две стадии изменения концентрации населения. Первая стадия характеризует ее увеличение в течение 10 лет с 2002 по 2012 годы. На второй стадии поведение изображающей точки является гетероциклическим.

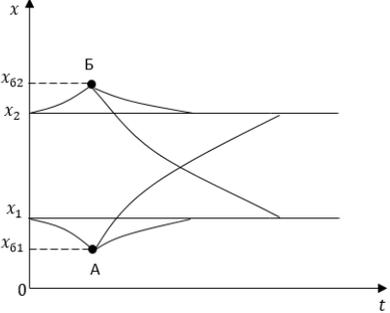
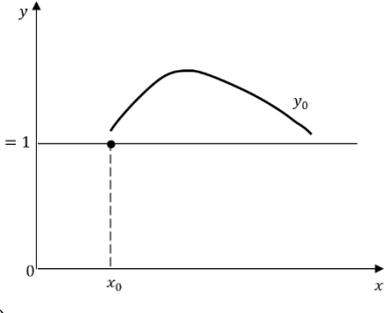
Вышеприведенные особенности фазовой траектории свидетельствуют о том, что такое поведение точки может соответствовать только убывающей статической кривой  $y_0$ , как на рисунке 4, а агломерация может быть отнесена к стабильному типу.

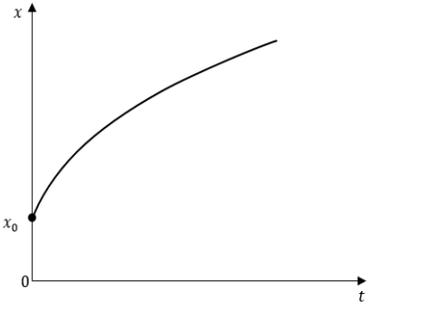
**Таблица 1 - Характеристики городских агломераций**

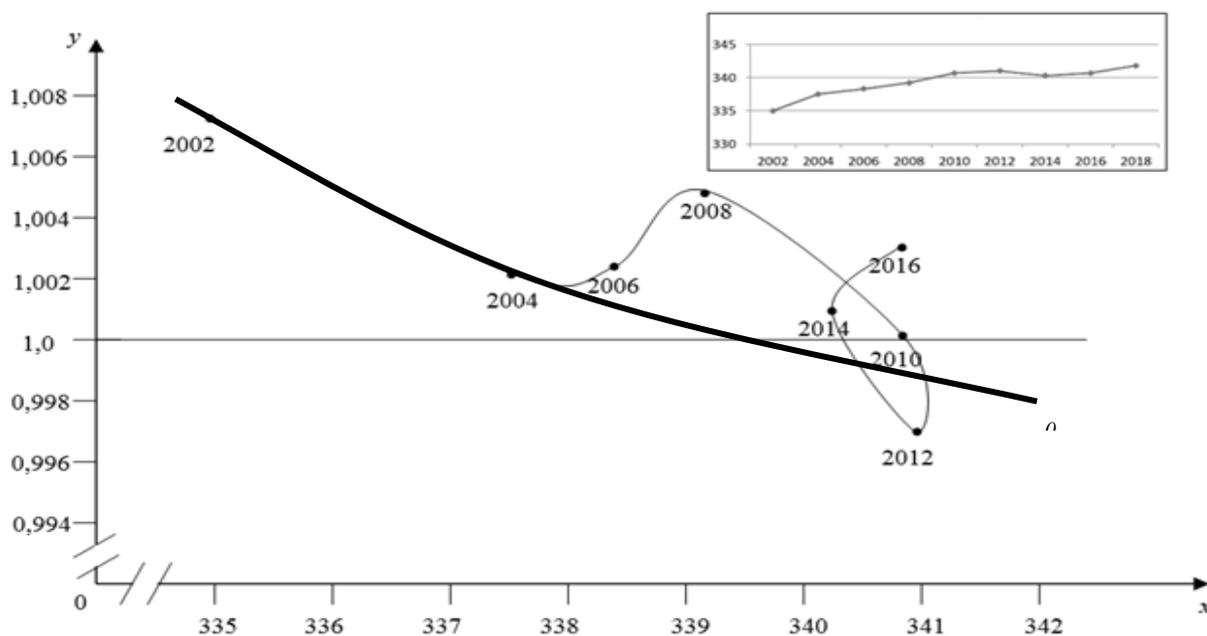
Городская агломерация, округ, год образования	Вид статической (а) и динамической (б) фазовых траекторий, тип агломерации <sup>1</sup>	Крупность агломерации, размах численности населения за 2000-2018 гг., тыс. чел. [Регионы...2004, 2018]	Доля населения агломерации от населения региона на 2018 год, %		Увеличение населения агломерации с 2002 по 2018 гг., % от исходного уровня	Население региона на 2018, тыс. чел. [Регионы..., 2018]	Населения города-ядра на 2018 года тыс. чел.	
			населения агломерации, %	города-ядра на населения региона, %				
Старооскольско-Губкинская, Центральный федеральный округ, 1980	 <p>а) б) Стабильная агломерация</p>	Малая, полицентрическая, 335-341	22,1	88	19,4	2	Белгородская область, 1550	300

<sup>1</sup> Пояснение в тексте.

Городская агломерация, округ, год образования	Вид статической (а) и динамической (б) фазовых траекторий, тип агломерации <sup>1</sup>	Крупность агломерации, размах численности населения за 2000-2018 гг., тыс. чел. [Регионы...2004, 2018]	Доля населения агломерации от населения региона на 2018 год, %	Доля населения агломерации, %		Увеличение населения агломерации с 2002 по 2018 гг., % от исходного уровня	Население региона на 2018, тыс. чел. [Регионы..., 2018]	Населения города-ядра на 2018 года тыс. чел.
				населения агломерации, %	города-ядра на населения региона, %			
Владивостокская, Дальневосточный федеральный округ, 2014		Крупная, моноцентрическая, 772-812	42,5	78	33,1	5	Приморский край, 1913	633
Казанская агломерация, Приволжский федеральный округ, 2010		Крупнейшая, моноцентрическая, 1312-1562	40,1	80	31,9	19	Республика Татарстан, 3894	1244
Ростовская, Южный федеральный округ, 2018		Крупнейшая, моноцентрическая, 2072-2144	50,8	53	26,8	3	Ростовская область, 4220	1130
Самарско-Тольяттинская, Приволжский федеральный округ, 2014		Крупнейшая, полицентрическая, 2681-2703	84,8	75	63,2	1	Самарская область, 3193	2018
Кемеровская, Сибирский федеральный округ, 2010		Большая, моноцентрическая, 595-698	25,9	80	20,7	17	Кемеровская область, 2695	559
Красноярская, Сибирский федеральный округ, 2008-2014		Крупнейшая, моноцентрическая, 1152-1325	46,1	82	37,9	15	Красноярский край, 2876	1091

Городская агломерация, округ, год образования	Вид статической (а) и динамической (б) фазовых траекторий, тип агломерации <sup>1</sup>	Крупность агломерации, размах численности населения за 2000-2018 гг., тыс. чел. [Регионы...2004, 2018]	Доля населения агломерации от населения региона на 2018 год, %		Увеличение населения агломерации с 2002 по 2018 гг., % от исходного уровня	Население региона на 2018, тыс. чел. [Регионы..., 2018]	Населения города-ядра на 2018 года тыс. чел.		
			населения агломерации, %	города-ядра на населения региона, %					
Кавказско-Минераловодская, Северо-Кавказский федеральный округ, 1802	 <p>б) Двуполярная агломерация, А, Б – точки бифуркации</p>	Крупнейшая, полицентрическая, 1017-1113	37,1	52	20,5	9	Ставропольский край, 2801	574	
Саратовская, Приволжский федеральный округ, 2017		Крупнейшая, моноцентрическая, 1223-1234	50,1	68	26,2	1	Саратовская область, 2463	645	
Сочинская, Южный федеральный округ, 1967		Большая, моноцентрическая, 392-543	10,2	88	8,6	39	Краснодарский край, 5571	480	
Чебоксарская, Приволжский федеральный округ, 2008		Крупная, моноцентрическая 728-772	62,7	64	40,0	6	Республика Чувашия, 1231	492	
Белгородская, Центральный федеральный округ, 1950-2014		 <p>а)</p>	Крупная, моноцентрическая, 592-721	46,5	54	25,3	22	Белгородская область, 1550	392
Калининградская, Северо-Западный федеральный округ, 2010			Крупная, моноцентрическая, 717-780	79,0	59	45,9	9	Калининградская область, 1002	460

Городская агломерация, округ, год образования	Вид статической (а) и динамической (б) фазовых траекторий, тип агломерации <sup>1</sup>	Крупность агломерации, размах численности населения за 2000-2018 гг., тыс. чел. [Регионы...2004, 2018]	Доля населения агломерации от населения региона на 2018 год, %		Увеличение населения агломерации с 2002 по 2018 гг., % от исходного уровня	Население региона на 2018, тыс. чел. [Регионы..., 2018]	Населения города-ядра на 2018 года тыс. чел.
			населения агломерации, %	Доля населения города-ядра на населения региона, %			
Махачкалинская, Северо-Кавказский федеральный округ, 2013	 <p>б) Растущая агломерация</p>	Крупная, моноцентрическая, 705-953	31,1	76	23,7	35	Республика Дагестан, 3064 727



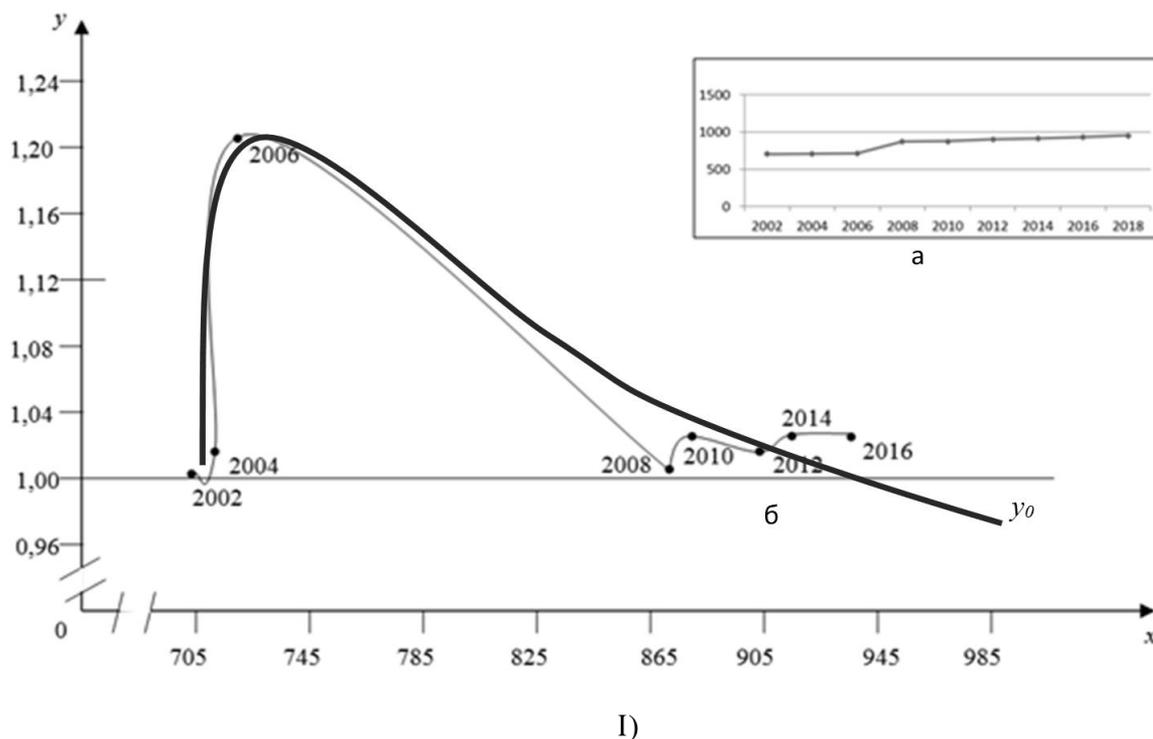
а – динамический фазовый портрет; б – фазовая траектория и статическая кривая  $y_0$

Примечание. Составлено авторами.

**Рисунок 4 – Фазовые траектории Старооскольско-Губкинской агломерации**

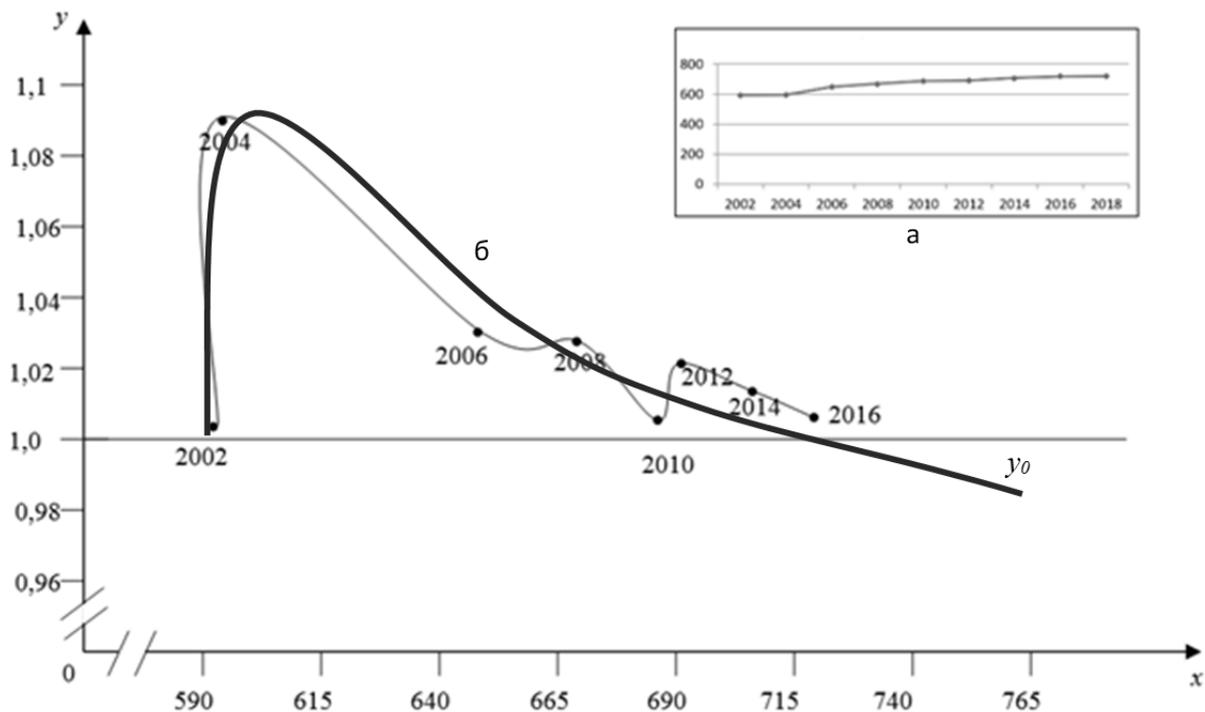
Три уникальные по качественному сходству фазовые траектории характеризуют Махачкалинскую городскую агломерацию (крупная, моноцентрическая, образована около 2013 года, город-ядро Махачкала представляет 76% всего населения агломерации), Белгородскую городскую агломерацию (крупная, моноцентрическая, год образования 2014, город – ядро составляет 54% от всего населения агломерации) и Калининградскую городскую агломерацию (крупная, моноцентрическая, образована в 2010 году, население города – ядра составляет 59% от населения агломерации) (рис. 5). Топологически одинаковые фазовые портреты обусловлены доминирующим влиянием центростремительных сил в этих поселенческих образованиях на протяжении 14 лет. С 2002 по 2016 годы темп роста концентрации населения был положительным, значение коэффициента прироста больше единицы. Численность электората увеличилась в Белгородской агломерации на 22%, в Махачкалинской – на 35%, а в Калининградской – на 9%.

Одно из свойств городской агломерации это робастность её характеристик и статических связей между основными показателями состояния системы. Оно состоит в сохранении основных черт фазового портрета при несущественных экзогенных воздействиях. Поэтому с большой долей вероятности можно утверждать, что статическая кривая  $y_0$  (рис. 5-6) рано или поздно пересечет прямую  $y = 1$  в некоторой критической точке. Поведение отображающей фазовой точки будет соответствовать типу критической точки и могут возникнуть автоколебания. Это классический пример сложения фазового портрета, в случае, когда востребованность рабочей силы предопределяет динамику концентрации экономической активности. Необходимо отметить, что увеличение концентрации населения в границах городской агломерации сопровождается отрицательными последствиями, сельские поселения и малые города теряют население.

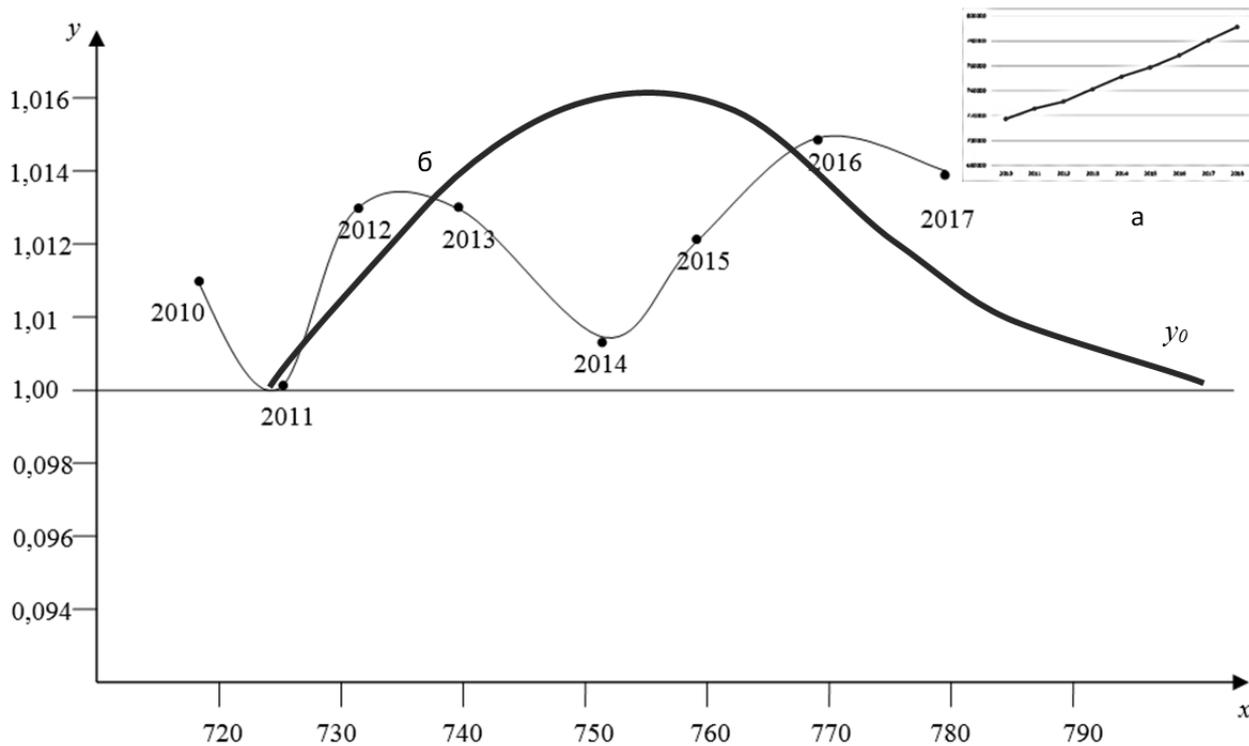


а – динамический фазовый портрет; б – фазовая траектория и статическая кривая  $y_0$   
Примечание. Составлено авторами.

**Рисунок 5 – Фазовые траектории Махачкалинской городской агломерации (I)**



II)



III)

а – динамический фазовый портрет; б – фазовая траектория и статическая кривая  $y_0$   
 Примечание. Составлено авторами.

**Рисунок 6 – Фазовые траектории Белгородской городской агломерации (II);  
 Калининградская городская агломерация (III)**

Стягивание рабочей силы приводит к существенному снижению плотности населения в ряде областей регионов, обезлюдиванию территорий, к сокращению сельского населения.

Легко проследить, что при идентичных фазовых траекториях, отражающих концентрацию экономической активности в существенно разных в этническом отношении регионах, наблюдается много общего в последствиях такой концентрации.

Практический анализ экономической информации показывает, что статистические данные по какому-либо показателю являются смесью нескольких законов распределения с разными дисперсиями, и не являются, как часто считается, теоретическим нормальным распределением. Это обстоятельство сильно ограничивает применение классического подхода обработки статистической информации. Могут появляться грубые ошибки также из-за малого объема выборки. Имеющие место объективные ограничения в получении информации приводят к возникновению чувства неудовлетворенности у исследователя, которое снимается применением таких методов обработки экономической информации, которые и получили название робастных. К таким методам можно отнести построение феноменологических моделей [Киселева, Киселев, Бавина и др., 2019].

Один класс эквивалентных с точки зрения феноменологии и поведения фазовой траектории, составляют Владивостокская, Самаро-Тольяттинская, Ростовская и Казанская городские агломерации (рис. 7-8).

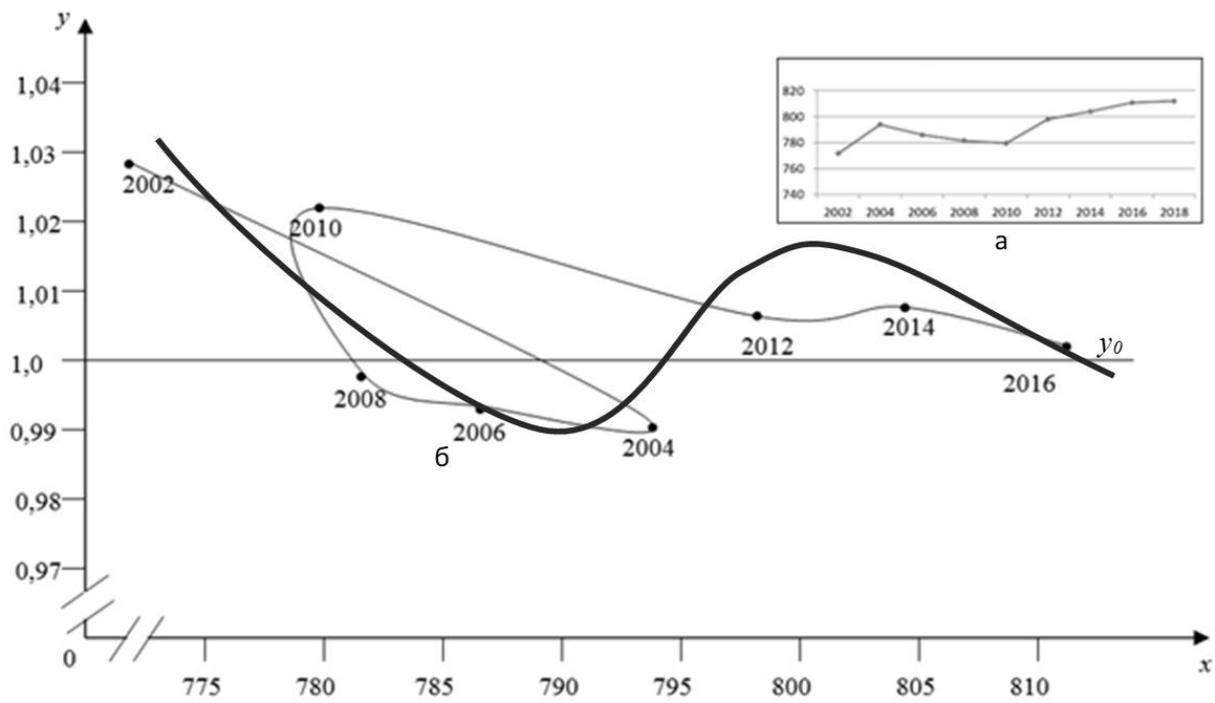
Формализация интуитивного представления о деформируемости одного отображения в другое, основанное на феноменологическом анализе фазовых траекторий, позволяет отнести их в один гомотопический класс с немонотонной статической кривой  $y_0$  с тремя точками равновесия – двумя устойчивыми и одной неустойчивой. [Киселева, Киселев, Бавина, 2018]. Такие городские агломерации отнесем к метастабильному типу.

Владивостокская городская агломерация является моноцентрической, с населением города – ядра 78%, сформированная к 2014 году как крупная (рис. 7, I). Гетероциклическая стадия длилась не менее 10 лет, с 2002 по 2012 годы. Центростремительные силы в агломерации преобладали с 2010 по 2016 годы. Именно в этот период численность с 780 тыс. чел. населения возросло до 810 тыс. чел., что составило около 4%.

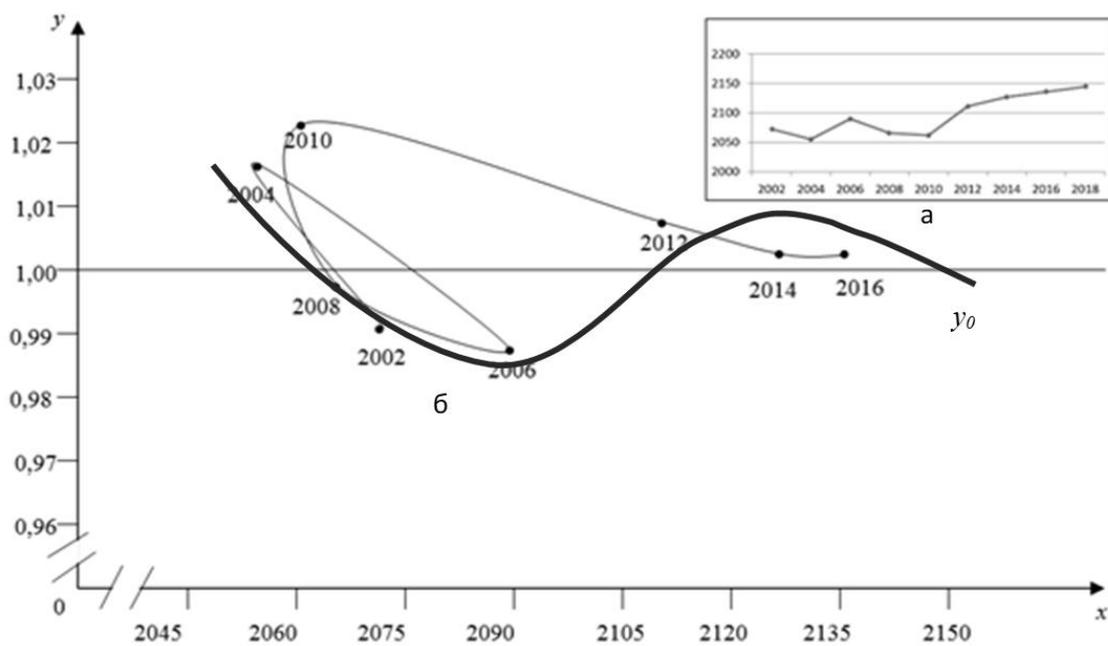
К немонотонному типу статической кривой  $y_0$  как на рисунке 7, II можно отнести статическую кривую фазового портрета динамики населения крупнейшей моноцентрической Ростовской агломерации с населением города – ядра 53% (2018 год). Не позднее, чем с 2002 года и по 2010 год темп роста численности Ростовской агломерации несколько раз менял свой знак с положительного на отрицательный, обозначая этим период гетероциклической стадии, который длился 8 лет. С 2010 года по настоящее время основную роль начинают играть центростремительные силы, темп роста численности населения положительный, но в соответствии с общими представлениями об эволюции агломерации медленно снижается.

Крупнейшую полицентрическую Самарско-Тольяттинскую агломерацию с населением городов-центров 69% также можно отнести к предыдущему типу. На фазовом портрете (рис. 8, III) траектория изображающей точки соответствует гетероциклической стадии продолжительностью 6 лет. С 2010 года фазовая траектория соответствует стадии увеличения численности, которая затем сменяется гетероциклической стадией.

Численность населения крупнейшей моноцентрической Казанской городской агломерации рисунок 8, IV увеличилось на 19%. Показатель является одним из самых высоких для сравниваемых агломераций. Гетероциклическая стадия наблюдалась в течение 8 лет.



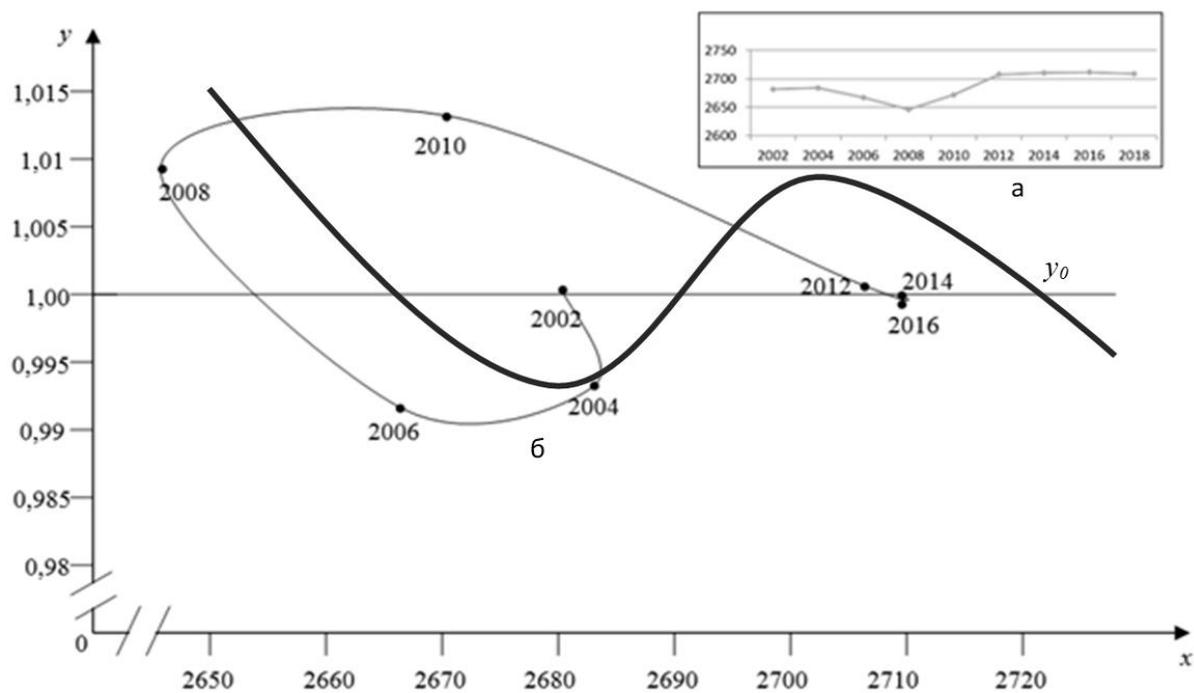
I)



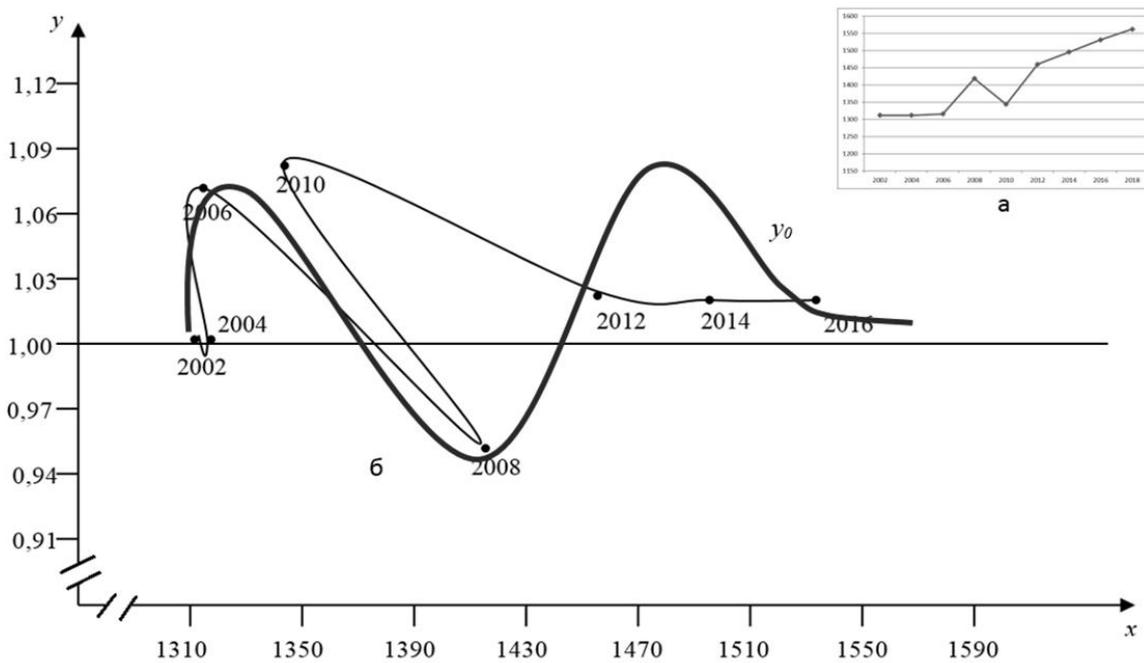
II)

а – динамический фазовый портрет; б – фазовая траектория и статическая кривая  $y_0$   
 Примечание. Составлено авторами.

**Рисунок 7 – Фазовые траектории Владивостокской городской агломерации (I);  
 Ростовской городской агломерации (II).**



III)



IV)

а – динамический фазовый портрет; б – фазовая траектория и статическая кривая  $y_0$   
 Примечание. Составлено авторами.

**Рисунок 8 – Фазовые траектории Самарско-Тольяттинской городской агломерации (III); Казанской городской агломерации (IV)**

Во всех рассмотренных случаях гетероциклическая стадия является следствием вида статической кривой  $y_0$ , генерирующей фазовую траекторию изображающей точки. Немонотонный вид зависимости  $y_0 = y_0(x)$  темпов концентрации  $y_0$  от численности населения  $x$  может быть вызван как изменчивостью миграционной активности населения, так и вариабельностью резервуарных переменных, которые могут порождаться реализацией или завершением крупных эколого-социально-экономических проектов.

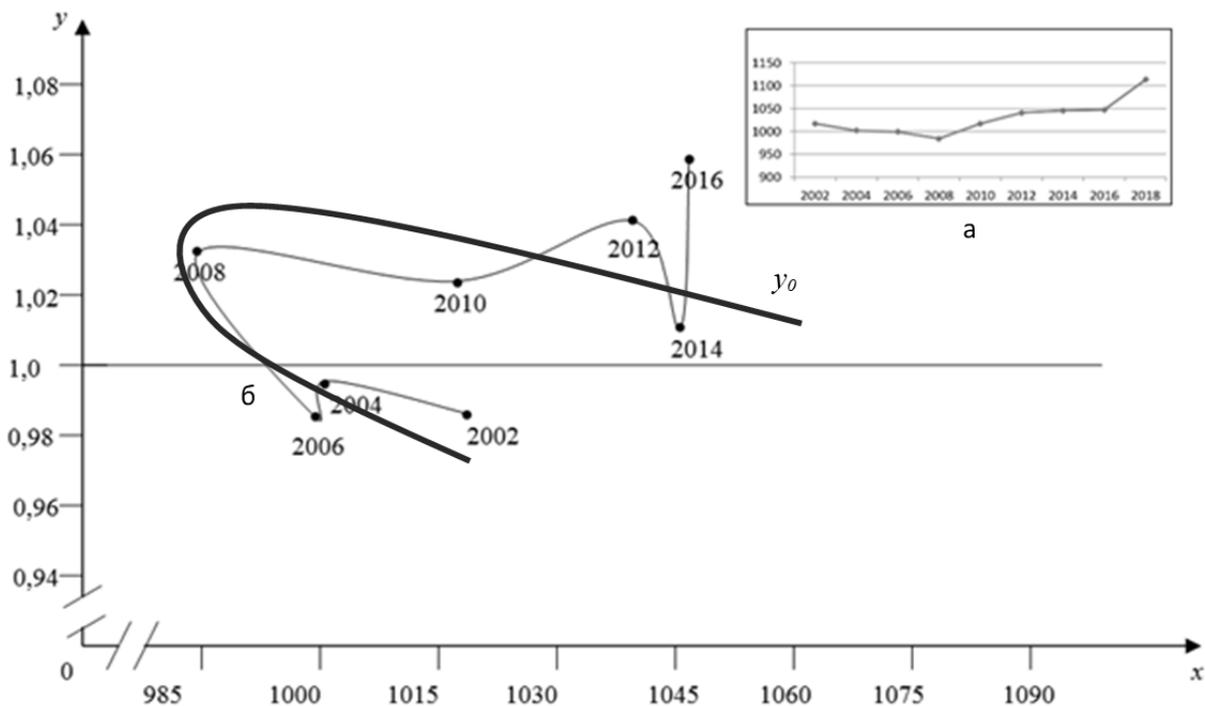
Рассмотрим еще один тип динамики концентрации экономической активности населения, примерами которого служат крупнейшая полицентрическая Кавказско-Минераловодская агломерация с населением городов-центров 52%, крупная моноцентрическая Чебоксарская агломерация с населением города-ядра 64%, большая моноцентрическая Сочинская агломерация с населением города-ядра 88%, Красноярская городская агломерация – 82%, Кемеровская городская агломерация – 80%, Саратовская городская агломерация – 68%.

Отличительная особенность приведенных агломераций от выше рассмотренных состоит в том, что их фазовым траекториям соответствует статическая кривая  $y_0$ , на которой имеются две устойчивые точки равновесия. Это возможно лишь в том случае, когда кривая  $y_0$  состоит из ветвей, которые топологически одинаковы с участками гистерезисной петли, а каждая из особых точек лежит на одной из них. Переход изображающей точки с одной ветви на другую означает кардинальное изменение темпов экономической активности населения, как в сторону ее увеличения, так и снижения. Вид статической кривой  $y_0$ , характеризующий городские агломерации представленные на рис. 9-11, объясняется существенной вариабельностью миграционной активности населения не только из прилегающих к городу-центру территорий, численность которого составляет примерно от 20 до 50%, но и других регионов РФ. Подобного рода зависимость характеризует изменение состояния системы, сильно зависящей от внешних условий, складывающихся в различные моменты времени. В таких системах регулирующий механизм является инерционным, наблюдается запаздывание изменения одной величины от изменения другой.

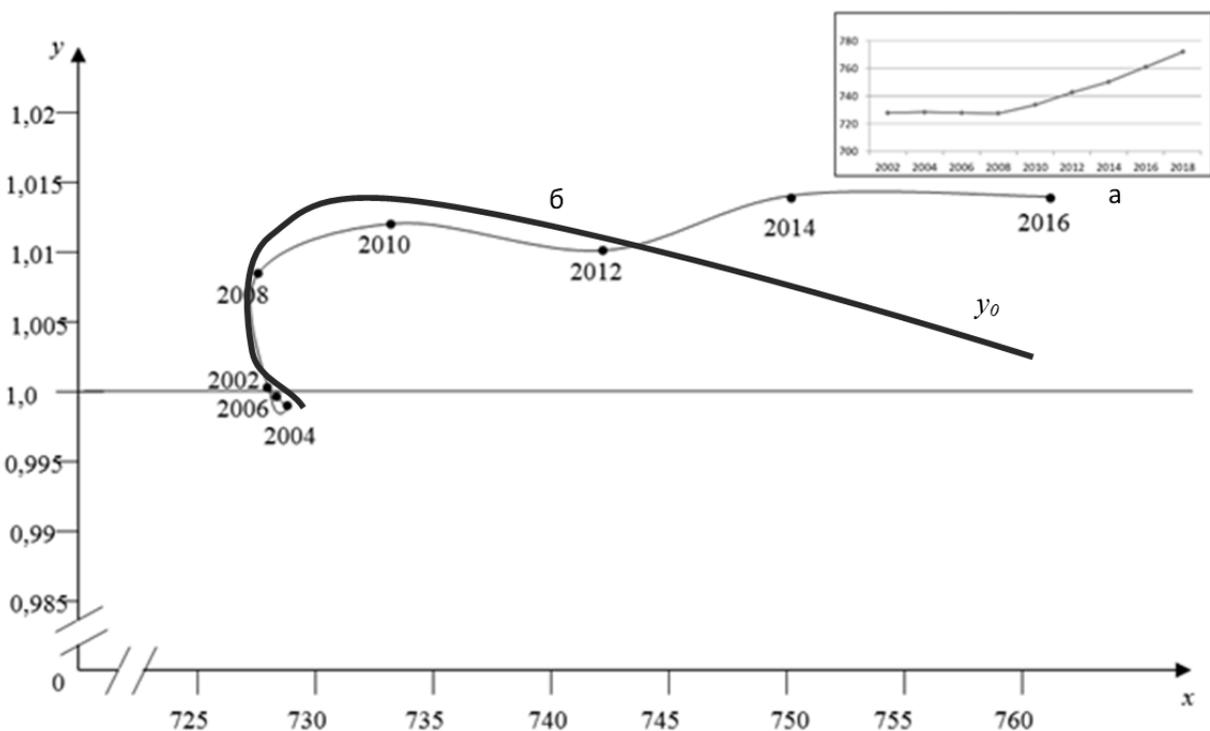
Основной феномен Сочинской и Кавказско-Минераловодской агломераций, породивший статическую кривую  $y_0$  гистерезисного вида, связан с миграционной активностью, потоки которого зависят от сезона, потребности в рабочей силе, качества санаторно-курортного обслуживания. Таким образом, силы «стягивания» населения, называемые центростремительными, определяют уровень концентрации экономической активности, от которой, в свою очередь, зависит уровень агломерационного эффекта.

Отмеченные особенности агломерационных процессов отчетливо прослеживаются на рассмотренных фазовых портретах. Многочисленное их разнообразие послужило предпосылкой для классификации с точки зрения устойчивости или, в более общей форме, стабилизации агломерации. Речь идет о выделении классов статических кривых  $y_0$ , порождающих топологически схожее поведение изображающей точки в адаптивном варианте. Управление движением не задано точно, но представляется, что такое поведение можно отнести к некоторому типу движений. Функция  $y_0$  обычно неизвестна, мы предложили рассмотреть возможные ее виды, соответствующие нашим общим представлениям об эволюции агломерации, которые изложены выше.

Анализ динамики изображающей точки на эмпирических фазовых траекториях показал, что они могут быть разделены на четыре класса. В один класс включим городские агломерации с одной точкой равновесия, которая является устойчивой, гипотетический вид статической кривой  $y_0$  для таких агломераций представлен в таблице 1 и агломерации этого класса назовем стабильными.



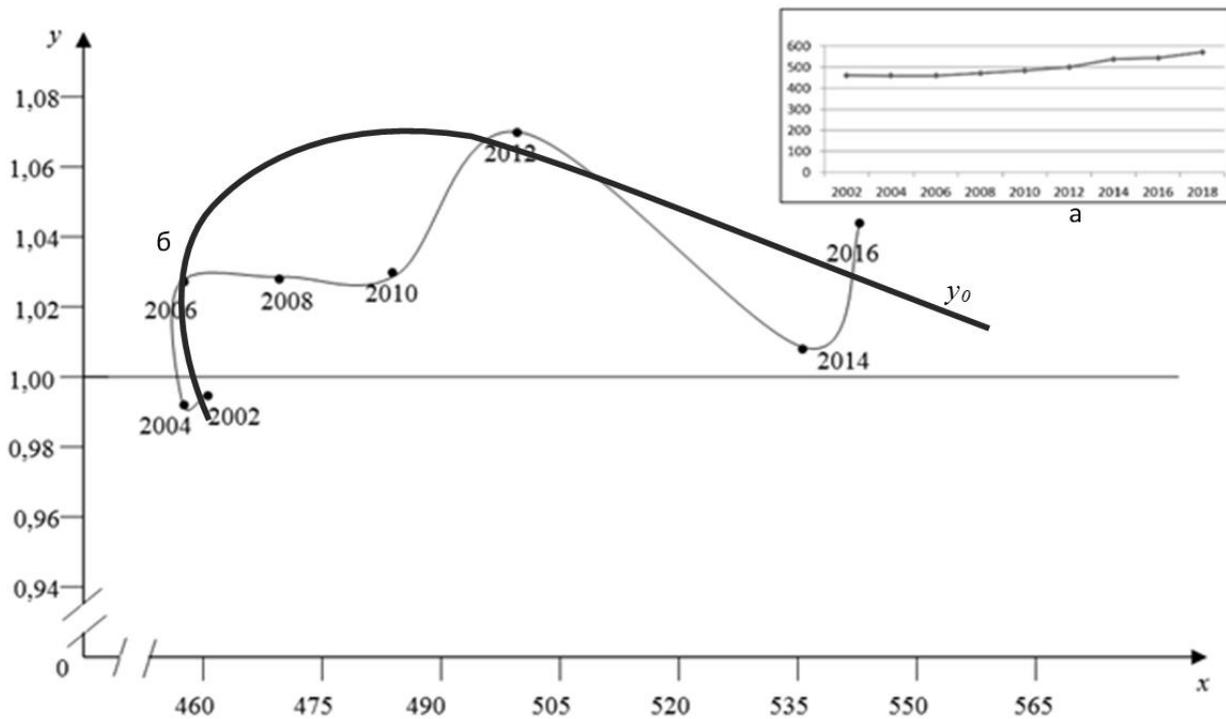
I)



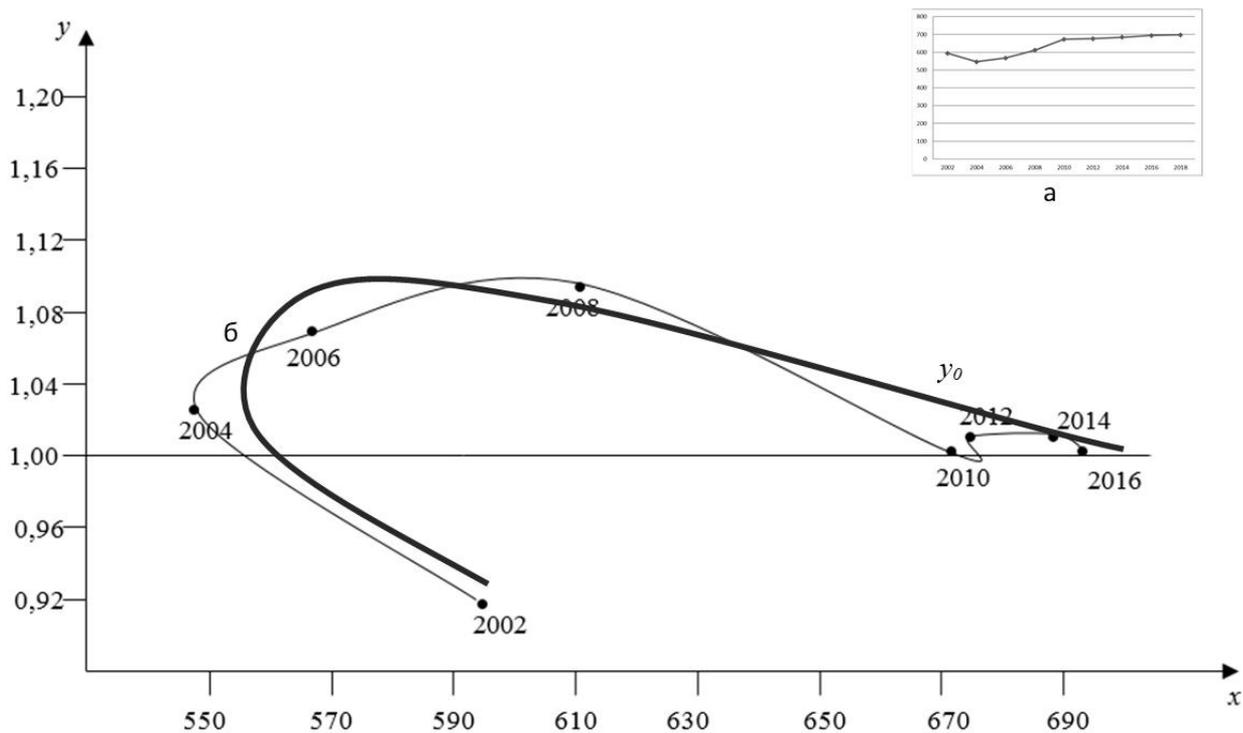
II)

а – динамический фазовый портрет; б – фазовая траектория и статическая кривая  $y_0$   
 Примечание. Составлено авторами.

**Рисунок 9 – Фазовые траектории Кавказско-Минераловодской городской агломерации (I), Чебоксарской городской агломерации (II)**



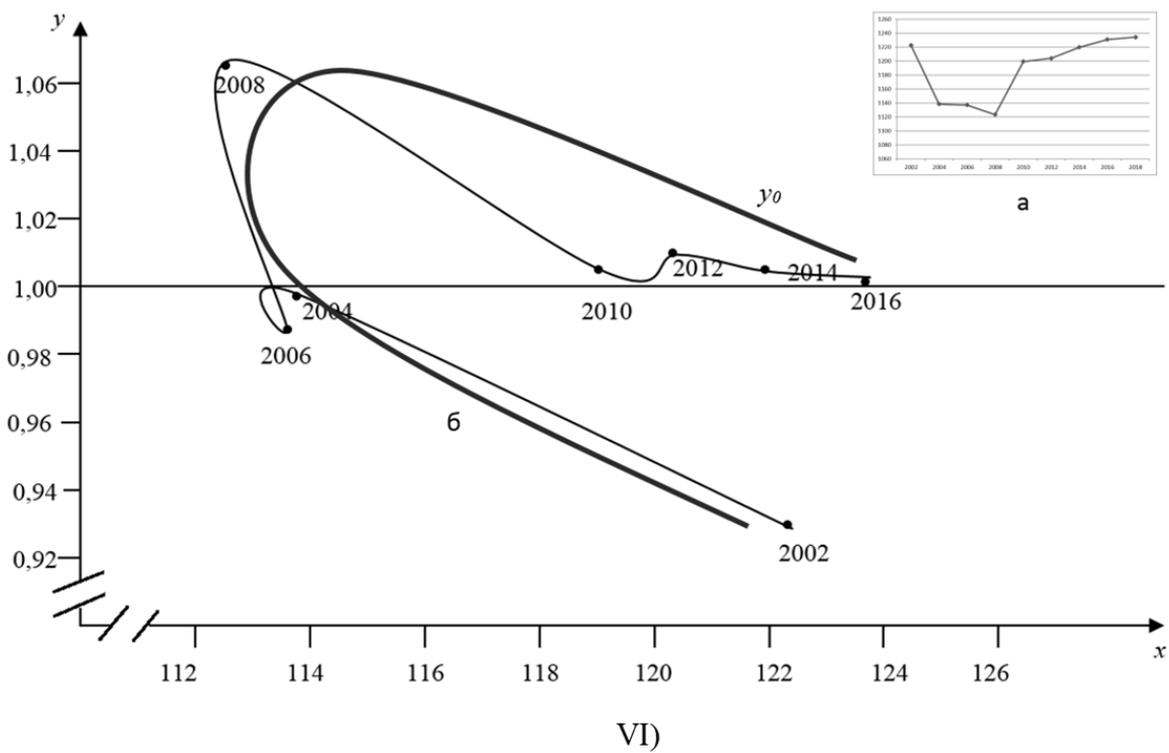
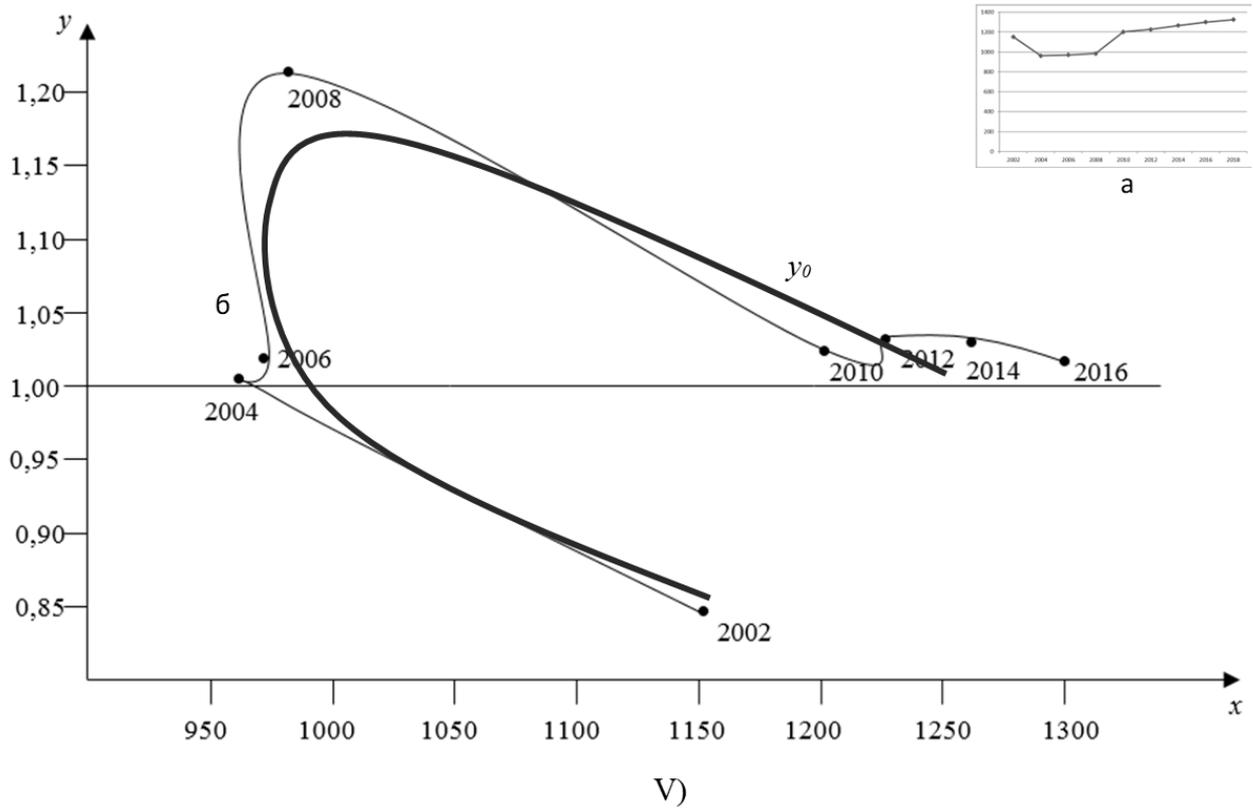
III)



IV)

а – динамический фазовый портрет; б – фазовая траектория и статическая кривая  $y_0$   
 Примечание. Составлено авторами.

**Рисунок 10 – Фазовые траектории Сочинской городской агломерации (III); Кемеровская городская агломерации (IV)**



а – динамический фазовый портрет; б – фазовая траектория и статическая кривая  $y_0$   
 Примечание. Составлено авторами.

**Рисунок 11 – Фазовые траектории Красноярской городской агломерации (V), Саратовской городской агломерации (VI)**

Тип агломерации характеризующийся статической кривой  $y_0$ , для которой уравнение  $y_0(x) = 1$  имеет три корня, назовем метастабильными. В таких агломерациях может наблюдаться временная стабилизация концентрации населения в одном из двух состояний. Переход из одного состояния в другое происходит через прохождение фазовой траектории точки бифуркации (табл. 1).

В следующий класс отнесем агломерации с двумя точками равновесия на фазовой плоскости, каждая из которых является устойчивой. На фазовом портрете имеются две точки бифуркации. Городские агломерации этого типа назовем двуполярными (табл. 1).

Наконец, тип агломерации, для которой статическая кривая  $y_0$  является немонотонной, выпуклой вверх и (или) вниз и на сегодняшний день не имеет корней уравнения  $y_0(x) = 1$  назовем растущими (табл. 1).

В рассмотренных типах агломераций, стадия увеличения численности населения имела длительную продолжительность и была обусловлена центростремительными силами. Снижение концентрации населения обуславливается центробежными силами. Гетероциклическая стадия характеризуется автоколебаниями численности. С математической точки зрения они могут быть следствием определенного вида статической функции, положенной в фундамент феноменологической модели. Не исключается также синхронизация поведения системы с агломерационными силами, которые могут иметь временное запаздывание. Уверенно можно говорить о наличии особых или критических точек состояния городской агломерации, о существовании области бифуркационных значений параметров системы, при которых ее поведение становится скачкообразным и может характеризоваться динамическим хаосом. Можно также констатировать, что все рассмотренные типы городской агломерации не зависят ни от ее крупности, ни от того, является ли она моноцентрической или полицентрической, ни от процента населения ядра агломерации.

## Выводы

1. Концентрация экономической активности населения является результирующим эффектом взаимодействия центробежных и центростремительных сил агломерационного процесса. К основным центростремительным силам относятся мотивы поведения людей для повышения уровня и качества своей жизни, стремление к независимости, благосостояния от внешних и внутренних факторов, осознание необходимости эффективного и рационального использования экономических ресурсов, появление возможностей агрегирования усилий производителей и потребителей по созданию инновационной, экономической, социальной и экологической инфраструктуры, высокая вероятность продуктивного и реалистичного движения товаров и денег между секторами и отраслями экономики, между регионами и странами. Центробежные силы генерируются глубокими структурными негативными изменениями в экономической системе.

2. Механизм регуляции концентрации экономической активности населения основан на принципах положительной и отрицательной прямой и обратной связи между темпами изменения численности населения и его концентрацией.

3. Динамика концентрации экономической активности населения характеризуется четырьмя главными типами: стабильным, метастабильным, двуполярным, растущим.

В заключении отметим, о пользе эвристического подхода при анализе и оценке состояния больших систем, когда никакой эксперимент невозможен, а каждая из систем уникальна. Его плодотворность состоит в широкой возможности построении феноменологических моделей, допускающих их анализ на языке понятий, обобщенных в категории языка системного анализа.

---

**Библиография**

1. Киселева Н. Н., Киселев В. В., Бавина К. В., Кальянова Е. Г. Феноменологическая модель динамики городской агломерации: теоретический аспект // Региональная экономика. Юг России. 2019. Т. 7, № 2. С. 46-59. DOI: <https://doi.org/10.15688/re.volsu.2019.2.5>
2. Киселева Н. Н., Киселев В. В., Бавина К. В. Феноменологический анализ взаимодействия центробежных и центростремительных сил агломерационного процесса // Вестник экспертного совета. 2018. №1-2 (12-13). С. 31-35.
3. Регионы России. Социально-экономические показатели. 2004. Стат. сб. / Росстат. М., 2004. 966 с.
4. Регионы России. Социально-экономические показатели. 2018: Стат. сб. / Росстат. М., 2018. 1162 с.
5. Тарасевич Ю. Ю. Математическое и компьютерное моделирование. Вводный курс: учебное пособие. Изд. 3-е, испр. М.: Едиториал УРСС, 2003. 144 с.
6. Чиллингуорт Д., 1979. Структурная устойчивость математических моделей. Значение методов теории катастроф // В кн.: Математическое моделирование. М.: Мир, 1979. 278 с.
7. Fujita M. The Development of Regional Integration in East Asia: from the Viewpoint of Spatial Economics // Review of Urban & Regional Development Studies. 2007. Vol. 19. Issue 1. P. 2-20.
8. Fujita M., Thisse J.-F. Economics of Agglomeration: Cities, Industrial Location, and Regional Growth, 1st edition. / Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2002. P. 388-432.
9. Krugman P. Scale economies, product differentiation, and the pattern of trade. Am. Econ. Rev. 70, 1980. P. 950-959.
10. Krugman P. Complex Landscapes in Economic Geography // American Economic Review, American Economic Association. 1994. Vol. 84(2). P. 412-416.

**Empirical phase trajectories of agglomeration process****Natal'ya N. Kiseleva**

Doctor of Economic Sciences,  
Professor, Deputy Director,  
North-Caucasian Institute (branch),  
Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration,  
357502, 5, Dunaevskogo st., Pyatigorsk, Russian Federation;  
e-mail: kiseleva-n-n@yandex.ru

**Inna V. Mitrofanova**

Doctor of Economics, Professor, Chief Researcher,  
Laboratory of Regional Economics,  
Federal Research Centre – Southern Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences,  
344006, 41, Chekhov st., Rostov-on-Don, Russian Federation;  
e-mail: mitrofanova@volsu.ru

**Viktor V. Kiselev**

Doctor of Biological Sciences, Professor,  
Professor of the Department of Economics and Financial Law,  
North-Caucasian Institute (branch),  
Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration,  
357502, 5, Dunaevskogo st., Pyatigorsk, Russian Federation;  
e-mail: vikkiselev@yandex.ru

**Kristina V. Bavina**

Lecturer of the Department of Economics and Financial Law,  
North-Caucasian Institute (branch),  
Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration,  
357502, 5, Dunaevskogo st., Pyatigorsk, Russian Federation;  
e-mail: bavinakv@gmail.com

**Lyudmila S. Pekhova**

PhD in Pedagogical Sciences,  
Director of the Regional Center “The Higher School of Public Administration”,  
Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (Western branch),  
236016, 62, Artilleryiskaya st., Kaliningrad, Russian Federation;  
e-mail: l.pekhova@mail.ru

**Abstract**

In the article on the factual material, using the functional dependence of the population concentration  $x$  with the rate of its change  $y$ , phase trajectories of the agglomeration process of urban agglomerations are built. The authors have proved that the mechanism of regulation of the concentration of economic activity of the population is based on the principles of positive and negative direct and feedback between the rate of population change and its concentration. The analysed multiple causes of centripetal forces served as a prerequisite for classifying agglomeration, in terms of stability or stabilization, into four main types: stable, metastable, bipolar, growing. The presence of special or critical points of the state of urban agglomeration, the existence of a region of bifurcation values of the parameters of the system, at which its behavior becomes hopping and can be characterized by dynamic chaos, has been revealed. It has been concluded that all types of urban agglomeration considered do not depend on its size or whether it is monocentric or multicentric, nor on the percentage of the population of the agglomeration core.

**For citation**

Kiseleva N.N., Mitrofanova I.V., Kiselev V.V., Bavina K.V., Pekhova L.S. (2019) Empiricheskie fazovye traektorii aglomeratsionnogo protsessa [Empirical phase trajectories of agglomeration process]. *Ekonomika: vchera, segodnya, zavtra* [Economics: Yesterday, Today and Tomorrow], 9 (8A), pp. 318-339. DOI 10.34670/AR.2019.90.8.033

**Keywords**

Agglomeration, phase trajectories, urban agglomeration, agglomeration process, agglomeration effect, spatio-temporal dynamics.

**References**

1. Kiseleva N. N., Kiselev V. V., Bavina K. V., Kalyanova E. G. (2019). The Phenomenological Model of the Urban Agglomeration Dynamics: Theoretical Aspect. *Regionalnaya ekonomika. Yug Rossii* [Regional Economy. South of Russia], vol. 7, no. 2, pp. 46-59. (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.15688/re.volsu.2019.2.5>
2. Kiseleva N. N., Kiselev V. V., Bavina K. V. (2018) Fenomenologicheskij analiz vzaimodejstviya centrobeznyx i centrostremitelnyx sil aglomeracionnogo processa [Phenomenological analysis of interaction of centrifugal and

- 
- centripetal forces of agglomerative process]. *Vestnik e`kspertnogo soveta* [Messenger of advisory council], no. 1-2 (12-13), pp. 31-35.
3. Regiony` Rossii. Social`no-e`konomicheskie pokazateli. Stat. sb. (2004) [Region of Russia. Socio-economic indicators] Moscow, Rosstat Publ. 966 p.
  4. Regiony` Rossii. Social`no-e`konomicheskie pokazateli. Stat. sb. (2018) [Region of Russia. Socio-economic indicators] Moscow, Rosstat Publ. 1162 p.
  5. Tarasevich Yu. Yu. (2003) Matematicheskoe i komp`yuternoe modelirovanie. Vvodny`j kurs: uchebnoe posobie; izd. 3-e, ispr. [Mathematical and computer modeling. Introduction course]. Moscow, Editorial URSS Publ. 144 p.
  6. Chillinguort D. (1979). Strukturnaya ustojchivost` matematicheskix modelej. Znachenie metodov teorii katastrof [Structural stability of mathematical models. Value of methods of the theory of accidents]. V kn. Matematicheskoe modelirovanie [In the book: Mathematical Modeling]. Moscow, Mir Publ. 278 p.
  7. Fujita M. (2007) The Development of Regional Integration in East Asia: from the Viewpoint of Spatial Economics. *Review of Urban & Regional Development Studies*, vol. 19, issue 1, pp. 2-20.
  8. Fujita M., Thisse J.-F. (2002) Economics of Agglomeration: Cities, Industrial Location, and Regional Growth, 1st edition. Cambridge, UK: Cambridge University Press, pp. 388-432.
  9. Krugman P. (1994). Complex Landscapes in Economic Geography. *American Economic Review, American Economic Association*, vol. 84(2), pp. 412-416.
  10. Krugman P. (1980) Scale economies, product differentiation, and the pattern of trade. *Am. Econ. Rev.* 70, pp. 950-959.