

УДК 33

DOI: 10.34670/AR.2020.21.86.015

Математическая модель оценки вероятности дефолта кредитных организаций России

Богданов Виталий Владимирович

Ведущий специалист отдела математического моделирования,
АО «Банк Русский Стандарт»,
105187, Российская Федерация, Москва, ул. Ткацкая, 36;
e-mail: Bogdanov_VV@yandex.ru

Замятина Анастасия Алексеевна

Технический редактор,
ООО «Диасофт»,
127018, Российская Федерация, Москва, ул. Полковная, 3–14;
e-mail: Zamyatina_AA@yandex.ru

Аннотация

В данной статье рассматривается построение математической модели оценки вероятности дефолта кредитных организаций РФ, основанной на ПВР подходе к оценке кредитных рисков, по информации из открытых источников и производится анализ качества построенной модели с помощью специальных метрик.

В работе показано, что используя общедоступные данные получилось создать экономико-математическую модель определения степени риска дефолта кредитных организаций РФ. Данная модель отвечает, в первую очередь, качественным характеристикам, показывая высокий уровень разделения классов объектов, а во-вторую очередь, характеристикам стабильности и надежности, показывая сравнительно одинаковые показатели на тренировочной и тестовой выборках. Данная модель готова к использованию, а также может быть в дальнейшем усовершенствована увеличением глубины данных, что позволит выявить новые или усовершенствовать существующие показатели и характеристики.

Для цитирования в научных исследованиях

Богданов В.В., Замятина А.А. Математическая модель оценки вероятности дефолта кредитных организаций России // Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2020. Том 10. № 4А. С. 121-131. DOI: 10.34670/AR.2020.21.86.015

Ключевые слова

ПВР подход; кредитный риск; математическая модель; кластеризация; классификация; машинное обучение.

Введение

Согласно самому общему определению ПБР подход (англ. Internal Ratings-Based Approach) - подход к оценке кредитных рисков банков для целей оценки достаточности регулятивного капитала, основанный на использовании внутренних рейтингов заемщиков, то есть рейтингов, устанавливаемых самими банками. Предложенный в Базеле II как альтернатива стандартизированному подходу, данный подход основан на внутренних оценках вероятностей дефолта (PD). На текущий момент данный подход только начинает постепенно приходить в банковскую сферу.

Основное содержание

Построим модель определения PD кредитных организаций (КО) РФ на основе данных из открытых источников. Для этого воспользуемся интернет-порталом «Банки.ру», предоставляющим информацию по финансовым показателям всех кредитных организаций РФ. В результате сбора информации на состояние февраля 2020 года получаем набор данных, включающий 438 кредитных организаций, у каждой из которых имеется до 78 различных атрибутов, таких как размер активов, данные по кредитам, депозитам, счетам физических и юридических лиц в разбивке по срокам и другие.

Первой задачей, которую необходимо осуществить, является определение бинарной целевой функции, которая будет звучать, как: «Является ли КО надежной?», где 0 – не является, 1 – является. Данный атрибут отсутствует в исходном датасете, поэтому необходимо создать его самостоятельно, например, с помощью метода кластеризации данных «Метод k-средних». Так как по данному методу мы самостоятельно определяем количество кластеров в выборке, рассмотрим два варианта: бинарный (2 кластера (clf_2): хороший и плохой) и небинарный (5 кластеров (clf_5): очень хороший, хороший, средний, плохой, очень плохой – так как по указанию Центрального банка N 4336-У существует 5 групп банков по степени надежности).

Перед кластеризацией необходимо осуществить нормирование данных, чтобы избавиться от выбросов значений (например: показатели Сбербанка относительно других кредитных организаций). Воспользуемся методом бинирования данных, распределив все данные признаков в некоторые группы, сформированные по принадлежности вхождения в некоторый интервал значений. В зависимости от плотности распределения, разделим каждый из признаков на 3 – 7 групп (бинов), где бин под номером 1 будет означать наибольшие показатели по данному признаку. После этого применяем алгоритм кластеризации k-средних на бинированных данных. Результат кластеризации изображен на рисунке 1.

Каждый из кластеров КО устойчиво сформировался и имеет достаточный вес в общей выборке. Теперь чтобы определить качество кластеризации необходимо провести классификацию, которая не только определяет принадлежность объекта к одной из групп, но и показывает степень зависимости группы объекта от значений его атрибутов, что говорит о возможности определения точности определения класса объекта. Для осуществления классификации воспользуемся алгоритмом «Random Forest», относящимся к ансамблевому методу бэггинга. Увеличим количество вариантов кластеризаций с двух до шести разбив выборку с пятью кластерами на четыре дополнительных бинарных выборки. Так, выборка «clf_5_one» будет показывать единичное значение целевой функции при значении кластера «очень хороший» и нулевое при всех остальных. Выборка «clf_5_two» будет показывать

единичное значение целевой функции при значении кластеров «очень хороший, хороший» и нулевое при остальных и так далее. В результате работы алгоритма получим значение точности каждого вида классификации. Полученные значения, отсортированные в порядке убывания точности, находятся в таблице 1.

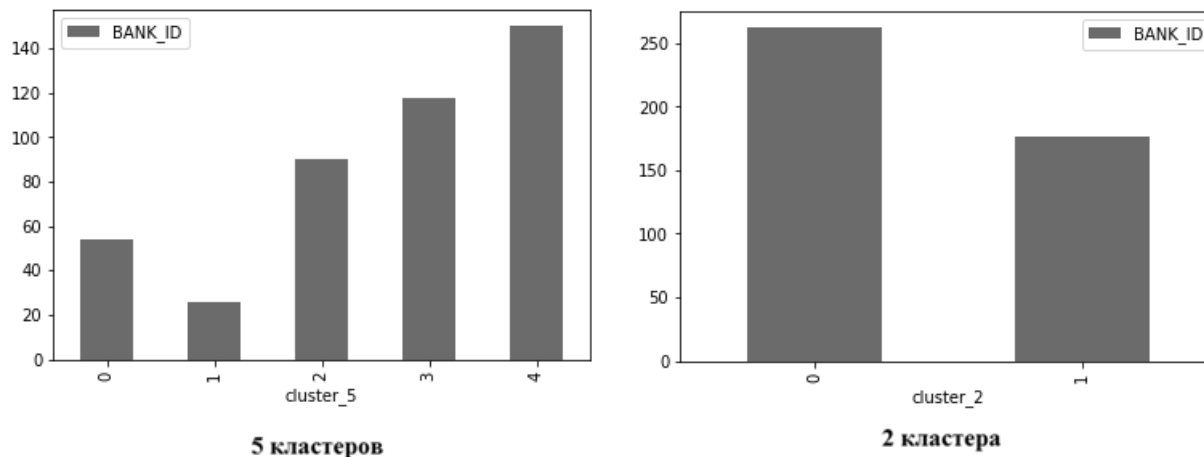


Рисунок 1 - Кластеризация бинированных данных

Таблица 1 - Результат классификации

Наименование	Точность
clf_5_two	97.73%
clf_5_one	97.35%
clf_5_four	96.97%
clf_2	95.45%
clf_5_three	95.45%
clf_5	92.05%

Все модели показывают очень высокую точность показаний более 90%, что говорит о состоятельности метода бинирования, проведенного перед началом кластеризации. В наилучшей степени себя показали новообразованные бинарные классификации, искусственно созданные из пяти классов небинарной кластеризации. В качестве целевой функции для модели будет использована «clf_5_two», показавшая наивысший результат по точности. По данной классификации к классу надежных отнеслись 172 из 438 КО, остальные 266 отнеслись к классу ненадежных.

В первую очередь при построении экономико-математической модели необходимо убедиться, что мы обладаем достаточным набором данных, который будет показывать статистически достоверный результат. Проверить это возможно с помощью формулы определения достаточного объема генеральной совокупности для повторной выборки:

$$n = \frac{Z^2 * w(1-w)}{\Delta^2}, \quad (1)$$

Где Z – значение стандартизованной нормально распределенной случайной величины, соответствующее интегральной вероятности, равной $1 - \alpha/2$; α – уровень значимости

доверительного интервала; w – доля признака в совокупности; Δ – максимальная предельная ошибка, равная $d*w$; d – уровень ошибки. Для доверительного интервала 90% и уровня ошибки 10% достаточный объем выборки составляет 418 единиц, что меньше, чем имеющаяся выборка в 438 единиц, что означает о возможности построить модель на имеющихся данных с такой достоверностью результата.

На следующем шаге необходимо выбрать из 78 доступных признаков только качественные и необходимые, отсекая лишние неинформативные атрибуты. Для этого воспользуемся тремя последовательными проверками, определив Information Value (IV – мера прогностической силы переменной), P-Value – (уровень значимости, или величина, используемая при тестировании статистических гипотез) и коэффициент парной корреляции (статистическая взаимосвязь двух величин). В первую очередь исключим переменные, значение IV которых менее 10%, так как такие переменные имеют слабую прогнозную ценность, а также значение IV которых более 200%, так как сверхсильные переменные обычно имеют значительное влияние на всю модель в целом, что превращается уже в недостаток, так как делает прогноз менее устойчивым относительно колебаний таких переменных. Во-вторую очередь определяем уровень значимости для оставшихся переменных, и отсекаем те, значение которых более 5%, так как для таких значений нельзя быть уверенными в статистической надежности показателей данных признаков. В третью очередь отсортируем оставшиеся переменные в порядке возрастания IV и проверим каждую переменную на корреляцию с каждой другой переменной. Если значение коэффициента парной корреляции по модулю превысит 50%, то такую переменную мы отбрасываем и продолжаем проверку с новой более значимой переменной. После осуществления всех трех проверок из 78 исходных переменных осталось 11: «Вложения в векселя», «Размещенные МБК в ЦБ РФ», «НЗ», «Уровень обеспечения кредитного портфеля залогом имущества», «Привлеченные МБК от ЦБ РФ», «Уровень резервирования по кредитному портфелю», «Вложения в акции», «НОСТРО-счета», «Кредиты ФЛ сроком от 181 дня до 1 года», «Н1», «Счета ФЛ сроком от 91 до 180 дней». У всех переменных высокий уровень значимости, так как P-Value не превышает 0.1%, и при этом есть три группы переменных, сформированных по похожим значениям IV, что в целом способно сделать будущую модель более сбалансированной. Определившись с перечнем атрибутов, можно приступить к определению коэффициентов зависимости. Сделать это можно с помощью регрессионного анализа. Для бинарной классификации в наибольшей степени подойдет логистическая регрессия. Коэффициент детерминации на тренировочной и тестовой выборках равен 85,6% и 83,3% соответственно, что говорит не только о высоком качестве регрессии, но и о высоком обучающем потенциале модели.

Значение вероятности риска для каждой КО по модели логистической регрессии находится по формуле 2:

$$P = \frac{1}{1 + e^{-(a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_{11}x_{11})}}, \quad (2)$$

Где a – свободный член регрессии, b_n – коэффициенты при переменных, x_n – переменные модели.

Продолжим рассматривать тренировочные и тестовые выборки по логистической регрессии, так как это позволит оценить качество полученной модели. В первую очередь рассмотрим трендовость переменных. На рисунке 2 изображена трендовость переменной

«Размещенные МБК в ЦБ РФ». Всего у данного атрибута 4 различных бина, под номерами 1, 2, 3 и 4. На диаграмме присутствует 4 показателя. Показатели «train obs, %» и «test obs, %» показывают какое количество наблюдений попали в каждый из бинов соответственно от общего числа выборки. Показатели «train good/obs, %» и «test good/obs, %» показывают, какой процент занимают объекты с единичным значением целевой функцией в бине. Необходимо, чтобы линии последних двух показателей соблюдали трендовость, иначе возникают различные направления движения целевой функции на тренировочной и тестовой выборках, что говорит о несостоятельности либо вида бинирования либо переменной в целом. У переменной «Размещенные МБК в ЦБ РФ» трендовость не нарушена, как и у остальных переменных в модели, однако если бы линии тренда были разнонаправлены, необходимо было бы либо перебинировать переменную (например: склеить некоторые бины друг с другом), либо вообще убрать данную переменную из модели.

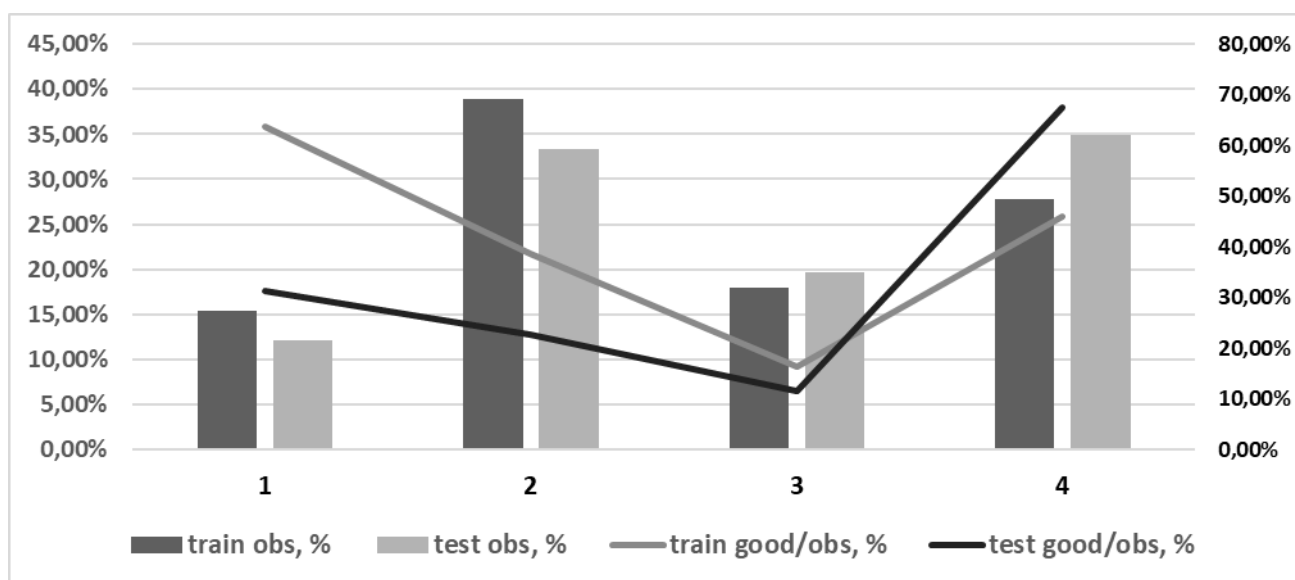


Рисунок 2 - Трендовость переменной "Размещенные МБК в ЦБ РФ"

На нем можно увидеть, что как на тренировочной, так и на тестовой выборке модель показывает высокую разделительную способность. Начиная со значения вероятности в 0,4 – 0,6 процент успешных объектов стремится к 100% точности, в то время как для объектов с низкой вероятностью процент успешных объектов крайне мал. Это говорит о том, что в целом модель достаточно успешная. Так как совершать перебинирование переменных не потребуется, то можно приступить к оценке качества получившейся модели по различным характеристикам. Начнем с самой простой из метрик, а именно показателю «план-факт». Для этого сгруппируем в обеих выборках объекты в группы по вероятностям по 10% и определим, какой процент занимают объекты с единичным значением целевой функции в каждой из групп. Хорошая модель должна показывать тенденцию на увеличение доли хороших объектов с увеличением вероятности. Результат проиллюстрирован на рисунке 3.

Следующими метриками качества модели будут график ROC-кривой, характеристика ROC AUC, коэффициент GINI и коэффициент KSI. ROC-кривая (receiver operating characteristic) — график, позволяющий оценить качество бинарной классификации, отображает соотношение между долей объектов от общего количества носителей признака, верно классифицированных

как несущие признак, и долей объектов от общего количества объектов, не несущих признака, ошибочно классифицированных как несущие признак при варьировании порога решающего правила. Также известна как кривая ошибок. Анализ классификаций с применением ROC-кривых называется ROC-анализом. Количественную интерпретацию ROC даёт показатель AUC (area under ROC curve, площадь под ROC-кривой) — площадь, ограниченная ROC-кривой и осью доли ложных положительных классификаций. Чем выше показатель AUC, тем качественнее классификатор. ROC-кривые для тренировочной и тестовой выборки изображены на рисунке 4. На нем видно, что обе кривые покрывают практически всю площадь графика целиком, что говорит о высоком качестве классификации. Более того, линии практически целиком гладкие и плавные, что показывает стабильность наблюдаемых явлений. Линия тестовой выборки смотрится даже лучше, чем по тренировочной, поэтому можно сказать, что модель не переобучена, выделяет характеристики не для конкретного обучающего набора данных, а в целом для типа наблюдаемых объектов.

Вероятность ▾	Количество	Факт	Факт %	Вероятность ▾	Количество	Факт	Факт %
0-0,1	134	4	2,99%	0-0,1	62	0	0,00%
0,1-0,2	30	6	20,00%	0,1-0,2	11	4	36,36%
0,2-0,3	22	6	27,27%	0,2-0,3	7	1	14,29%
0,3-0,4	7	3	42,86%	0,3-0,4	2	1	50,00%
0,4-0,5	5	4	80,00%	0,4-0,5	3	1	33,33%
0,5-0,6	14	8	57,14%	0,5-0,6	5	4	80,00%
0,6-0,7	8	8	100,00%	0,6-0,7	2	2	100,00%
0,7-0,8	11	10	90,91%	0,7-0,8	5	5	100,00%
0,8-0,9	13	12	92,31%	0,8-0,9	10	7	70,00%
0,9-1	62	61	98,39%	0,9-1	25	25	100,00%

тренировочная
выборка

тестовая
выборка

Рисунок 3 - Метрика "План-факт"

Коэффициент GINI — (нормализованный индекс Джини) метрика качества, которая часто используется при оценке предсказательных моделей в задачах бинарной классификации в условиях сильной несбалансированности классов целевой переменной [2]. Ее основной смысл заключается в том, что погрешность в предсказаниях должна быть настолько равномерной, насколько это возможно. Нормализованный Джини можно вычислить с помощью показателя ROC AUC по формуле 3. Считается, что для успешной модели показатель данного коэффициента должен быть не менее 40%.

$$GINI_{normalized} = 2 * ROC\ AUC - 1, \quad (3)$$

KSI (индекс Колмогорова-Смирнова) – еще один из способов определения качества полученной модели. Если по оси X откладывать вероятность, а по оси Y накопленную долю хороших и накопленную долю плохих, то величина KSI будет равна максимальной разнице между данными распределениями. Графики, необходимые для расчета коэффициента KSI, располагаются на рисунке 5.

Значения всех вышеуказанных коэффициентов представлены в таблице 2. Во-первых, все метрики показывают достаточно высокие значения, во-вторых, нет проседания показателей по

тестовой относительно тренировочной выборки. Даже напротив, индексы тестовой выборки лучше, что опять подтверждает тезис о хорошей обученности модели.

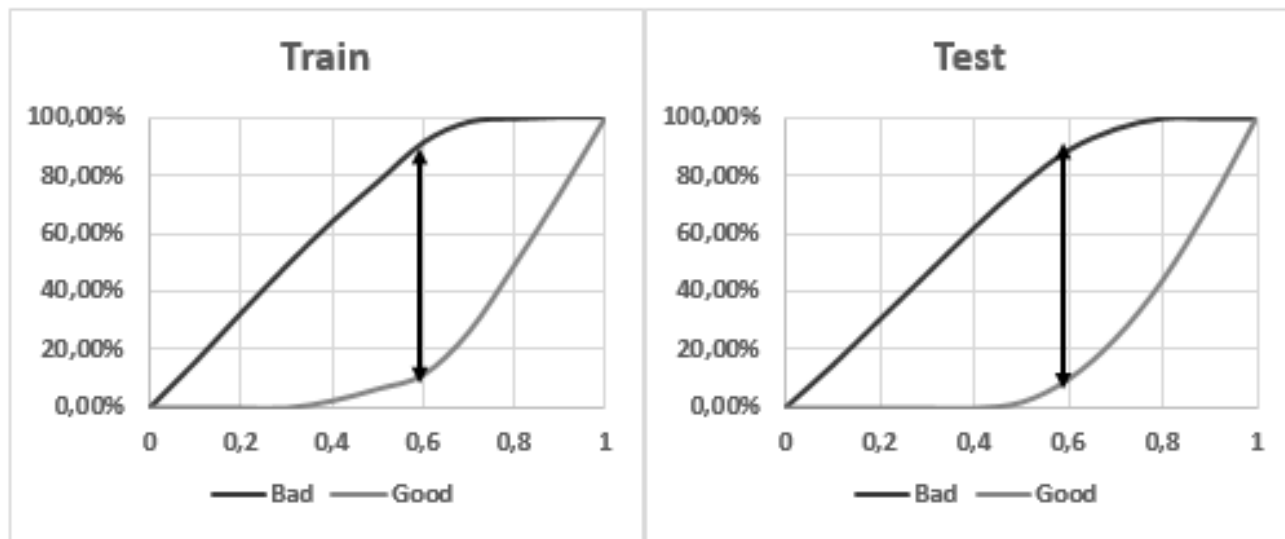


Рисунок 5 - Графики для определения KSI

Таблица 2 - Метрики качества модели

Выборка	ROC AUC	GINI _{normalized}	KSI
Train	95,90%	91,80%	79,83%
Test	96,63%	93,27%	79,02%

Рассмотренные до этого метрики оценивали качество модели, теперь необходимо проверить ее стабильность. Для этого рассмотрим такие показатели, как PSI и SSI. PSI (population stability index) – индекс стабильности популяции, является широко распространённой метрикой для мониторинга актуальности аналитических моделей. Он отражает разницу в том, как легли наблюдаемые объекты по бинам между обучающей и тестовой выборкой в рамках конкретной переменной. Если показатель PSI менее 10%, то это говорит об отсутствии значимых изменений в текущей переменной. Данный показатель рассчитывается по формуле 4. Максимальное значение PSI ни по одному из атрибутов не достигло 5%, что говорит о высокой стабильности переменных в модели.

$$PSI = \sum_1^n (obs \%_{train} - obs \%_{test}) * Ln\left(\frac{obs \%_{train}}{obs \%_{test}}\right) \quad (4)$$

Где $obs \%_{train}$ – доля наблюдений в бине от общего количества в тренировочной выборке, $obs \%_{test}$ – доля наблюдений в бине от общего количества в тестовой выборке.

SSI (system stability index) – индекс стабильности системы, похож по своей сути на PSI, но считает стабильность не отдельного признака, а всей модели в целом. Расчет показателя аналогичен показателю PSI, но в данном случае под бином подразумевается агрегированная группа по вероятности, например от 0% до 10%, от 10% до 20% и далее. Расчет коэффициента SSI по модели находится в таблице 3.

Интерпретация значений SSI аналогична индексу PSI, поэтому показатель в 4,5% говорит о

высокой стабильности всей модели в целом.

Таблица 3 - Расчет SSI

Вероятность	Train	Test	Obs train %	Obs test %	SSI
0-0,1	134	62	43,79%	46,97%	0,22%
0,1-0,2	30	11	9,80%	8,33%	0,24%
0,2-0,3	22	7	7,19%	5,30%	0,57%
0,3-0,4	7	2	2,29%	1,52%	0,32%
0,4-0,5	5	3	1,63%	2,27%	0,21%
0,5-0,6	14	5	4,58%	3,79%	0,15%
0,6-0,7	8	2	2,61%	1,52%	0,60%
0,7-0,8	11	5	3,59%	3,79%	0,01%
0,8-0,9	13	10	4,25%	7,58%	1,92%
0,9-1	62	25	20,26%	18,94%	0,09%
Итого	306	132	-	-	4,34%

После всех проведенных проверок хочется отметить, что модель показала очень высокие характеристики качества и стабильности, что говорит о возможности ее дальнейшего использования на реальных данных. Для удобства анализа и применения модели составим финальную карту ее переменных (таблица 4).

Таблица 4 - Финальная карта переменных модели

Название переменной	Реальное значение	Значение в модели	Коэффициент лог. регрессии
Свободный член	-	-	+ 14.37551353
Вложения в акции	> 104 459 тыс. руб.	1	- 1.45044945
	> 459 И <= 104 459 тыс. руб.	2	
	<= 459 тыс. руб.	3	
Вложения в векселя	> 595 120 тыс. руб.	1	- 0.78127248
	> 17 120 И <= 595 120 тыс. руб.	2	
	<= 17 120 тыс. руб.	3	
Кредиты ФЛ сроком от 181 дня до 1 года	> 34 000 тыс. руб.	1	- 1.60723845
	> 46 И <= 34 000 тыс. руб.	2	
	<= 46 тыс. руб.	3	
Н1	> 35 %	1	+ 1.36677887
	> 17 И <= 35 %	2	
	> 8,9 И <= 17 %	3	
	<= 8,9 %	4	
Н3	> 155 %	1	- 0.74701443
	> 107 И <= 155 %	2	
	<= 107 %	3	
НОСТРО-счета	> 680 000 тыс. руб.	1	- 1.45044945
	> 85 000 И <= 680 000 тыс. руб.	2	
	<= 85 000 тыс. руб.	3	
Привлеченные МБК от ЦБ РФ	> 970 000 тыс. руб.	1	- 0.73255448
	> 42 000 И <= 970 000 тыс. руб.	2	
	<= 42 000 тыс. руб.	3	
Размещенные МБК в ЦБ РФ	> 2 900 000 тыс. руб.	1	- 0.02810317
	> 310 000 И <= 2 900 000 тыс. руб.	2	
	> 55 000 И <= 310 000 тыс. руб.	3	
	<= 55 000 тыс. руб.	4	

Название переменной	Реальное значение	Значение в модели	Коэффициент лог. регрессии
Счета ФЛ сроком от 91 до 180 дней	> 65 000 тыс. руб.	1	- 0.64357047
	> 7 200 И <= 65 000 тыс. руб.	2	
	> 710 И <= 7 200 тыс. руб.	3	
	<= 710 тыс. руб.	4	
Уровень обеспечения кредитного портфеля залогом имущества	> 153 %	1	- 0.34059768
	> 75 И <= 153 %	2	
	> 18 И <= 75 %	3	
	<= 18 %	4	
Уровень резервирования по кредитному портфелю	> 20 %	1	+ 0.09494746
	> 12 И <= 20 %	2	
	> 6 И <= 12 %	3	
	> 3 И <= 6 %	4	
	<= 3 %	5	

Заключение

Подводя итог, скажем, что, используя общедоступные данные получилось создать экономико-математическую модель определения степени риска дефолта кредитных организаций РФ. Данная модель отвечает, в первую очередь, качественным характеристикам, показывая высокий уровень разделения классов объектов, а во-вторую очередь, характеристикам стабильности и надежности, показывая сравнительно одинаковые показатели на тренировочной и тестовой выборках. Данная модель готова к использованию, а также может быть в дальнейшем усовершенствована увеличением глубины данных, что позволит выявить новые или усовершенствовать существующие показатели и характеристики.

Библиография

1. Банки.ру – Финансовые рейтинги банков. - URL: – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.banki.ru/banks/ratings/>
2. Коэффициент Джини. Из экономики в машинное обучение. - URL: – [Электронный ресурс]. <https://habr.com/ru/company/ods/blog/350440/>
3. Машинное обучение для людей. - URL: – [Электронный ресурс]. https://vas3k.ru/blog/machine_learning/
4. Обучение без учителя: 4 метода кластеризации данных на Python. - URL: – [Электронный ресурс]. <https://proglab.io/p/unsupervised-ml-with-python/>
5. Письмо Банка России от 29.12.2012 N 192-Т "О Методических рекомендациях по реализации подхода к расчету кредитного риска на основе внутренних рейтингов банков"
6. Указание Банка России от 03.04.2017 N 4336-У "Об оценке экономического положения банков"
7. Виноградов А. В., Кузнецов К. Б., Шимановский К. В. Комплекс моделей стресс-тестирования российского банковского сектора //Деньги и кредит. – 2011. – №. 3. – С. 29-33.
8. Кузнецов К. Б., Малахова Т. А., Шимановский К. В. Методы оценки вероятности дефолта отраслей экономики для целей банковского надзора //Вестник Пермского университета. Серия: Экономика. – 2011. – №. 1.
9. Карминский А. М., Пересецкий А. А., Головань С. В. Моделирование вероятности дефолта российских банков с учетом макропараметров //Управление финансовыми рисками. – 2005. – Т. 3. – С. 43-56.
10. Бондарчук П. К., Тотьмянина К. М. От Базеля II к Базелю III //Лизинг. – 2012. – №. 5. – С. 3-17.

A mathematical model for assessing the probability of default of credit organizations in Russia

Vitalii V. Bogdanov

Leading Specialist of the Department of Mathematical Modeling,
JSC "Russian Standard Bank",
105187, 36, Weaving str., Moscow, Russian Federation;
e-mail: Bogdanov_VV@yandex.ru

Anastasiya A. Zamyatina

Technical editor,
LLC Diasoft,
127018, 3–14, Polkova str., Moscow, Russian Federation;
e-mail: Zamyatina_AA@yandex.ru

Abstract

This article discusses the construction of a mathematical model for assessing the probability of default of credit organizations of the Russian Federation, based on the TAC approach to assessing credit risks, according to information from open sources and analyzes the quality of the constructed model using special metrics.

The work shows that using publicly available data it turned out to create an economic and mathematical model for determining the degree of risk of default of credit organizations of the Russian Federation. This model meets, first of all, qualitative characteristics, showing a high level of separation of classes of objects, and secondly, the characteristics of stability and reliability, showing relatively the same indicators in the training and test samples. This model is ready for use, and can also be further improved by increasing the depth of the data, which will identify new or improve existing indicators and characteristics.

For citation

Bogdanov V.V., Zamyatina A.A. (2020) Matematicheskaya model' otsenki veroyatnosti defolta kreditnykh organizatsii Rossii [A mathematical model for assessing the probability of default of credit organizations in Russia]. *Ekonomika: vchera, segodnya, zavtra* [Economics: Yesterday, Today and Tomorrow], 10 (4A), pp. 121-131. DOI: 10.34670/AR.2020.21.86.015

Keywords

PVR approach; credit risk; mathematical model; clustering classification; machine learning.

References

1. Banks.ru - Financial ratings of banks. - URL: - [Electronic resource]. - Access mode: <https://www.banki.ru/banks/ratings/>
 2. Gini coefficient. From economics to machine learning. - URL: - [Electronic resource]. <https://habr.com/en/company/ods/blog/350440/>
 3. Machine learning for people. - URL: - [Electronic resource]. https://vas3k.ru/blog/machine_learning/
 4. Learning without a teacher: 4 methods for clustering data in Python. - URL: - [Electronic resource]. <https://proglib.io/p/unsupervised-ml-with-python/>
-

-
5. Letter of the Bank of Russia dated December 29, 2012 N 192-T "On Methodological Recommendations for Implementing an Approach to Calculating Credit Risk Based on Internal Bank Ratings"
 6. Bank of Russia Ordinance of 04.03.2017 N 4336-U "On Assessing the Economic Situation of Banks"
 7. Vinogradov A. V., Kuznetsov K. B., Shimanovsky K. V. Complex stress-testing models of the Russian banking sector // Money and credit. - 2011. - No. 3. - S. 29-33.
 8. Kuznetsov K. B., Malakhova T. A., Shimanovsky K. V. Methods for assessing the probability of default of economic sectors for banking supervision // Bulletin of Perm University. Series: Economics. - 2011. - No. 1.
 9. Karminsky A. M., Peresetsky A. A., Golovan S. V. Modeling the probability of default of Russian banks taking into account macro parameters // Management of financial risks. - 2005. - T. 3. - S. 43-56.
 10. Bondarchuk P. K., Totmyanina K. M. From Basel II to Basel III // Leasing. - 2012. - No. 5. - S. 3-17.