

УДК 33

DOI: 10.34670/AR.2020.77.15.003

Оптимизация критериев математической модели экономико-социального управления в период социальной активности

Перепелкина Юлианна Вячеславовна

Кандидат физико-математических наук, доцент,
кафедра высшей математики и естественнонаучных дисциплин,
Московский финансово-промышленный университет «Синергия»,
125190, Российская Федерация, Москва, просп. Ленинградский, 80;
e-mail: Amadeycity@yandex.ru

Аннотация

В статье рассматриваются вопросы построения общей схемы для оптимальной траектории темпа инфляции в электоральный и постэлекторальный периоды. Проанализировано влияние вида функции социальной активности и условия адаптированных ожиданий темпа инфляции на экономические параметры. Представлена траектория управления, которой следует придерживаться партии в интересах ее переизбрания через определенное количество лет. Рассмотрен экономический смысл данной траектории. Сделан вывод о том, что общая схема для оптимальной траектории темпа инфляции должна предусматривать его относительно низкую величину в начале каждого электорального периода с постепенным увеличением в дальнейшем. Выводы, сделанные на основании описанной модели, тесно связаны с принятыми предложениями. В частности, отмечено, что специфический вид функции голосования и условие адаптированных ожиданий темпа инфляции Филиппа влияют на принятие решений.

Для цитирования в научных исследованиях

Перепелкина Ю.В. Оптимизация критериев математической модели экономико-социального управления в период социальной активности // Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2020. Том 10. № 4А. С. 25-31. DOI: 10.34670/AR.2020.77.15.003

Ключевые слова

Инфляция, социальная активность, экономические параметры, математическая модель, цикл, партия.

Введение

В демократическом обществе правящая партия должна проводить политику, которая обращена к большинству избирателей. В модели У. Нордхауза [Самуэльсон, Нордхаус, 2014] внимание сфокусировано на экономической политике, а именно на двух экономических переменных: V (температура безработицы) и p (температура инфляции). Так как болезненное воздействие безработицы и инфляции оказывает первостепенное влияние на электорат, то этот выбор является обоснованным.

Реакция избирателей на любые реализованные величины V и p предполагается воплощенной в функцию голосования:

$$U = U(V, p), \quad (1)$$

где U является мерой получения голосов избирателей главной партией.

Частные производные от V по каждому из аргументов отрицательны, так как большие значения V и p приводят к потере голосов избирателей. Помимо политического взаимовлияния, переменные V и p связаны между собой экономически посредством условия возрастающих ожиданий Филиппса:

$$p = f(U) + a\Pi, \quad (2)$$

где $f' < 0$, $0 < a \leq 1$ и Π обозначает ожидаемый темп инфляции.

Предполагается, что ожидания формируются адаптивно согласно дифференциальному уравнению:

$$\dot{\Pi} = b(p - \Pi), \quad b > 0 \quad (3)$$

Теперь мы имеем три переменных: V , p и Π . Необходимо выбрать, какие из них следует рассматривать как переменные состояния и какие – как переменные управления. Для того, чтобы переменная квалифицировалась как переменная состояния, она должна появляться с данным уравнением движения в постановке задачи. Так как уравнение (3) устанавливает уравнение движения для Π , то мы можем рассматривать Π как переменную состояния.

Переменная V , с другой стороны, не имеет уравнения движения, но так как эта переменная воздействует на p посредством уравнения (2) и затем динамически управляет переменной Π через уравнение (3), то мы можем использовать ее как переменную управления.

Что касается оставшейся переменной p , то мы можем рассматривать ее не как переменную состояния, а как V , просто как функцию двух других переменных.

Математическая модель цикла экономико-политического бизнеса

Предположим, что некоторая партия выиграла выборы в момент $t = 0$ и следующие выборы должны пройти через T лет. Тогда эта партия имеет T лет, в течение которых она должна произвести впечатление на избирателей своими достижениями.

В любой момент времени в промежутке $[0, T]$ пара реализованных величин U и p определяет значение функции V . Такие значения V для различных моментов времени должны войти в целевой функционал партии.

Если избиратели имеют короткую коллективную память и подвергаются большему влиянию от событий, появляющихся близко ко времени выборов, то значения V в более поздний период промежутка $[0, T]$ должны иметь больший вес по сравнению со значениями данной функции в ранний период.

Тогда мы можем сформулировать задачу оптимального управления партии следующим образом:

$$\max_0 \int_0^T U(V, p) e^{rt} dt \quad (4)$$

при $p = f(V) + a\Pi$, $\dot{\Pi} = b(p - \Pi)$, $\Pi(0) = \Pi_0$, где Π_0, T заданы, $\Pi(T)$ – свободная.

Отметим, что весовая система для значений V дана в форме экспоненты e^{rt} , где $r > 0$ обозначает темп ослабления памяти. Эта функция показывает, что значения V в более поздние моменты времени имеют больший вес.

Для количественного решения задачи Нордхауз [Самуэльсон, Нордхауз, 2014; Nordhaus, 1989; Nordhaus, 1990; Nordhaus, 2017] предлагает следующие специфические виды функций:

$$V(U, p) = -U^2 - hp, \quad h > 0 \quad (5)$$

$$p = (j - kU) + a\Pi, \quad (6)$$

$(j, k > 0, 0 < a \leq 1)$.

Из выражения (5) видно, что частные производные от V действительно ограничены. В уравнении (6) мы находим, что соотношение Филлипса $f(U)$ задано линейной функцией [Блауг, 1994].

Подставляя (6) в (5), получаем следующую задачу:

$$\max_0 \int_0^T (-V^2 - hj + hkU - ha\Pi) e^{rt} dt$$

при $\dot{\Pi} = b(j - kV - (1 - \alpha)\Pi)$ (7)

Гамильтониан задачи имеет вид:

$$H = (-V^2 - hj + hkV - ha\Pi) e^{rt} + \lambda b(j - kV - (1 - \alpha)\Pi) \quad (8)$$

Максимизируя H по переменной управления V , получим:

$$\frac{\partial H}{\partial V} = (-2V + hk) e^{\pi} - \lambda bk = 0.$$

Отсюда следует траектория управления:

$$V(t) = \frac{1}{2} k(h - \lambda b e^{-\pi t}) \quad (9)$$

Так как $\frac{\partial^2 H}{\partial V^2} = -2e^{\pi} < 0$, то траектория управления действительно максимизирует гамильтониан в любой момент времени, как и требует принцип максимума.

Присутствие λ в функции $V(t)$ требует поиска траектории для $\lambda(t)$. Начнем с управления движения для сопряженной переменной $\lambda(t)$:

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial \Pi} = hae^{rt} + \lambda b(1 - \alpha)$$

Перепишем его в виде:

$$\dot{\lambda} - b(1 - \alpha)\lambda = hae^{rt}$$

Общее решение этого дифференциального уравнения можно представить в виде:

$$\lambda(t) = \lambda_{00} + \bar{\lambda}, \text{ где } \lambda_{00} = Ce^{b(1-\alpha)t}, \quad (10)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{ha}{r - b + ab} e^{rt}$$

Произвольную постоянную C находим из условия: $\lambda(T) = 0 \Rightarrow C = -\frac{ha}{B} e^{BT}$, где $B = r - b + ab$.

$$\text{Итак, } \lambda^*(t) = \frac{ha}{B} (e^{rt} - e^{BT+b(1-\alpha)t}) \quad (10')$$

Подставляя (10') в (9) после упрощений, получим:

$$V^*(t) = \frac{kh}{2B} ((r-b) + abe^{B(T-t)}) \quad (11)$$

Это и есть та траектория управления, которой следует придерживаться партии в интересах ее переизбрания через T лет.

Рассмотрим экономический смысл этой траектории. Прежде всего, можно заметить, что V^* является убывающей функцией времени t , так как

$$\frac{\partial U^*}{\partial t} = -\frac{1}{2} khabe^{B(T-t)} < 0,$$

где все параметры $a, b, h, k > 0$.

Соответственно, экономическая политика, направленная на привлечение максимального числа голосов избирателей в политических процессах, заключается в установлении высокого уровня безработицы сразу же при победе на выборах в момент $t = 0$ и затем в медленном снижении уровня безработицы в течение всего периода $[0, T]$.

Оптимальные уровни безработицы в моменты времени $t = 0$ и $t = T$ могут быть определены следующим образом:

$$V^*(0) = \frac{kh}{2B} (r - b + abe^{BT})$$

$$V^*(T) = \frac{kh}{2B} (r - b + ab) = \frac{kh}{2}$$

При этом график функции $V^*(t)$ может быть как выпуклым, так и вогнутым. Это следует из

выражения для второй производной: $\frac{d^2V^*}{dt^2} = \frac{1}{2} Bkhabe^{B(T-t)}$, которая может принимать любой знак в зависимости от знака $B = r - b + ab$.

Циклическая тенденция в управлении переменной V должна также затронуть переменную состояния Π и, следовательно, действительный темп инфляции p .

Заключение

Из проведенных преобразований можно сделать вывод о том, что общая схема для оптимальной траектории темпа инфляции должна предусматривать его относительно низкую величину в начале каждого электорального периода с постепенным увеличением в дальнейшем. Другими словами, временной профиль для P^* должен быть противоположным соответствующему профилю для V^* .

Следует обратить внимание на то, что выводы, сделанные на основании данной модели, как

и на основании любой другой модели, тесно связаны с принятыми предложениями. В частности, специфический вид функции голосования (5) и условие адаптированных ожиданий темпа инфляции Филлипса (6) [Мин Бен Сам, 2001], несомненно, влияют на принятие решений.

Библиография

1. Блауг М. Экономическая мысль в ретроспективе. М.: Дело, 1994. С. 629-631.
2. Мин Бен Сам. Проявление кривой Филлипса в России и Корее. М.: МАКС Пресс, 2001. 15 с.
3. Новиков Д. А. Структура теории управления социально-экономическими системами // Управление большими системами. 2009. Вып. 24. С. 216-258.
4. Самуэльсон П., Нордхаус В. Экономика. М.: Вильямс, 2014. 1360 с.
5. Хазанова, Л.Э. Математические методы в экономике. 2-е изд., испр. и перераб. М.: БЕК, 2002..
6. Швецов А.Н. Роль государства в преобразовании социэкономического пространства // Пространственная экономика. 2015. № 1. С. 38 – 61.
7. Юдин Д.Б. Вычислительные методы теории принятия решений. М.: Наука, 1989. 319 с.
8. Nordhaus W. Alternative Approaches to the Political Business Cycle // Brookings Papers on Economic Activity. 1989. No. 222. P. 75-92.
9. Nordhaus W. Uncertainty in Forecasts of Long-Run Productivity Growth // Proceedings of the National Academy of Sciences. 2018. No. 115 (21). P. 5409-5414.
10. Nordhaus W. Alternative approaches to the political business cycle // Cowles Foundation Paper. 1990. No 748.

Optimization of criteria of mathematical model of economic and social management in the period of social activity

Yulianna V. Perepelkina

PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Department of higher mathematics and natural science,
Moscow University for Industry and Finance "Synergy",
125190, 80 Leningradskii av., Moscow, Russian Federation;
e-mail: Amadeycity@yandex.ru

Abstract

The article deals with the construction of a general scheme for the optimal trajectory of inflation rate in the electoral and post-electoral periods. It is noted that in a democratic society, the ruling party should pursue a policy that appeals to the majority of voters. In the model of W. Nordhaus, attention is focused on economic policy, namely on two economic variables: the rate of unemployment and the rate of inflation. Since the painful effects of unemployment and inflation have a primary impact on the electorate, this choice is justified. The author studies the influence of the type of social activity function and the conditions of adapted expectations of the rate of inflation on economic parameters. The article presents the management trajectory that the party should follow in the interests of its re-election in a certain number of years. The economic meaning of this trajectory is considered. It is concluded that the general scheme for the optimal trajectory of the inflation rate should provide for its relatively low value at the beginning of each electoral period with a gradual increase in the future. The conclusions drawn are closely related to the accepted proposals. In particular, it is noted that the specific type of voting function and the condition of adapted expectations of the Phillips inflation rate affect decision-making.

For citation

Perepelkina Yu.V. (2020) Optimizatsiya kriteriev matematicheskoi modeli ekonomiko-sotsial'nogo upravleniya v period sotsial'noi aktivnosti [Optimization of criteria of mathematical model of economic and social management in the period of social activity]. *Ekonomika: vchera, segodnya, zavtra* [Economics: Yesterday, Today and Tomorrow], 10 (4A), pp. 25-31. DOI: 10.34670/AR.2020.77.15.003

Keywords

Inflation, social activity, economic parameters, mathematical model, cycle, party.

References

1. Blaug M. (1994) *Ekonomicheskaya mysl' v retrospektive* [Economic theory in retrospect]. Moscow: Delo Publ..
2. Khazanova, L.E. (2002) *Matematicheskie metody v ekonomike* [Mathematical methods in economics], 2nd ed. Moscow: BEK Publ.
3. Min Ben Sam (2001) *Proyavlenie krivoi Filipisa v Rossii i Koree* [Manifestation of the Philips curve in Russia and Korea]. Moscow: MAKS Press Publ.
4. Nordhaus W. (1989) Alternative Approaches to the Political Business Cycle. *Brookings Papers on Economic Activity*, 222, pp. 75-92.
5. Nordhaus W. (1990) Alternative approaches to the political business cycle. *Cowles Foundation Paper*, 748.
6. Nordhaus W. (2018) Uncertainty in Forecasts of Long-Run Productivity Growth. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 115 (21), pp. 5409-5414,
7. Novikov D.A. (2009) Struktura teorii upravleniya sotsial'no-ekonomicheskimi sistemami [Structure of the theory of management of socio-economic systems]. *Upravlenie bol'shimi sistemami* [Management of large systems], 24, pp. 216-258.
8. Samuel'son P., Nordkhaus V. (2014) *Ekonomika* [Economics]. Moscow: Vil'yams Publ.
9. Shvetsov A.N. (2015) Rol' gosudarstva v preobrazovanii sotsioekonomicheskogo prostranstva [Role of the state in the transformation of socio-economic space]. *Prostranstvennaya ekonomika* [Spatial economics], 1, pp. 38-61.
10. Yudin D.B. (1989) *Vychislitel'nye metody teorii prinyatiya reshenii* [Computational methods of decision-making theory]. Moscow: Nauka Publ.