

УДК 33

DOI: 10.34670/AR.2023.38.82.002

## Сравнительная оценка инвестиционных процессов, допускающих множественную реализацию и единственный сценарий развития

**Паршикова Галина Юрьевна**

Старший преподаватель кафедры математики и информатики,  
Государственный университет управления,  
109542, Российская Федерация, Москва, просп. Рязанский, 99;  
e-mail: galina44@inbox.ru

**Перфильев Алексей Анатольевич**

Кандидат физико-математических наук, доцент,  
заведующий кафедрой математики и информатики,  
Государственный университет управления,  
109542, Российская Федерация, Москва, просп. Рязанский, 99;  
e-mail: alex0304@mail.ru

**Силаев Александр Александрович**

Кандидат экономических наук, доцент,  
доцент кафедры математики и информатики,  
Государственный университет управления,  
109542, Российская Федерация, Москва, просп. Рязанский, 99;  
e-mail: vishmat@mail.ru

### Аннотация

В экономике региона с развитой инфраструктурой наблюдаются динамические процессы, реализация моделей которых допускает разные сценарии. Трактруя собственные функции интегрального инвестиционного уравнения как виртуальные сценарии развития региона, авторы исследуют структуру экономического процесса и объясняют, при каких условиях внешние воздействия на систему управления будут «искажаться» оператором интегрального уравнения, а при каких на выходе системы получится результат, пропорциональный входному возмущению. Выбирая, если это возможно, «собственные состояния» системы управления, можно уменьшить функцию финансовых рисков, в том числе и финансовых, что способствует улучшению стабильности экономики. Авторы рассматривают в некотором роде обратную задачу – зная оптимальное решение экономического процесса, принятое специалистами эталонным на определенном промежутке времени, построить интегральное ядро инвестиционного уравнения, подлаженное под искомое решение. Кроме того, авторами обоснована эффективность применения метода «разбиения единицы» для повышения надежности системы управления и стабильности функции контроля за динамикой финансовых рисков, что позволяет строить нелинейные модели экономики развитого региона в условиях риска, разделяя и локализуя негативные явления в экономике.

**Для цитирования в научных исследованиях**

Паршикова Г.Ю., Перфильев А.А., Силаев А.А. Сравнительная оценка инвестиционных процессов, допускающих множественную реализацию и единственный сценарий развития // Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2023. Том 13. № 3А. С. 27-36. DOI: 10.34670/AR.2023.38.82.002

**Ключевые слова**

Распределенный лаг для интегрального уравнения, спектр собственных значений ядра, вырожденное ядро, разбиение единицы.

**Введение**

Семантика финансово-логистического анализа динамики развития крупного промышленного региона показывает: существуют динамические процессы, конкретная реализация которых происходит по закону многозначных сценариев развития, например логистические процессы, характеризующиеся многовариантными «цепочками» их реализации. Однако нетрудно привести примеры динамических процессов, которые могут быть реализованы «только так и никак иначе». От чего зависит подобная многоплановость вектора реализаций? Авторы допускают, что существование множественных стратегий развития либо на – «другом полюсе» – существование и единственность траектории процесса развития, например, на уровне отрасли экономики, зависят от того, «собственная» или «несобственная» стратегия инвестиционной политики реализовалась в модели конкретного региона [Паршикова, Перфильев, Силаев, 2022]. Авторы многократно рассматривали [Паршикова, Перфильев, Силаев, 2020; Паршикова, Силаев, 2021] и исследовали экономические процессы, происходящие в промышленно развитых регионах, математические модели которых отображаются интегральными уравнениями Фредгольма (второго рода):

$$y(t) = \lambda \cdot \int_0^T H(t,s)y(s)ds + f(t) \quad (1)$$

и Вольтерра (второго рода)

$$y(t) = \lambda \cdot \int_0^t H(t,s)y(s)ds + f(t) \quad (2)$$

где  $y(t)$  – неизвестная инвестиционная функция;

$H(t,s)$  – интегральное ядро;

$f(t)$  – внешние воздействия, осуществляемые в момент времени  $t$ ;

$\lambda$  – параметр управления; будущее «собственное» либо «несобственное» число, как правило, вещественное;

$T$  – горизонт планирования инвестиционного процесса управления отраслью экономики;

$t$  – текущий момент времени, варьирующийся от  $t = 0$  до  $t = T$ .

Функционирование во времени системы, моделируемой уравнениями (1) либо (2), существеннейшим образом зависит от параметра  $\lambda$ , который может быть управляемым, а может – неуправляемым. Если число  $\lambda$  не является собственным числом оператора системы или, как формулируют, ядра интегрального уравнения  $H(t,s)$ , то уравнение (1) имеет и притом

единственное решение, которое становится тривиальным (нулевым) при отсутствии внешнего воздействия на систему управления ( $f(t) = 0$ ). Этот вариант предполагает одноплановость или одновариантность эволюции финансовой либо логистической системы и реализуется только в случае «несобственного» ее состояния (эволюции), причем качественно, независимо от конкретной правой части (внешнего воздействия на систему): одноплановый сценарий эволюции. Разумеется, конкретный вид инвестиционной функции – решения неоднородного уравнения Фредгольма (1) или Вольтерра (2) – зависит от реализованного ЛПР (лицом, принимающим решение) выбора вида правой части уравнения (1) или (2) – динамической функции  $f(t)$ , которая определяется воздействием «сторонних сил» на систему извне, а еще лучше – случайными помехами, неизбежными в ходе реализации любого проекта.

Если параметр  $\lambda$  является собственным значением, то однородные уравнения (1) или (2) при  $f(t) = 0$  допускают лишь тривиальное решение. Таким образом, в этом случае развитие инвестиционного процесса становится нереальным. Например, консервация объекта строительства, «замораживание» олимпийского комплекса на длительный срок при фактически устранившей системе управления объектом.

Совершенно иначе процесс разворачивается во втором случае, когда параметр  $\lambda$  является собственным значением ядра интегрального уравнения  $H(t,s)$ : в этом случае экономическая (экологическая, логистическая) задача управления, испытывающая внешнее воздействие  $f(t)$ , либо вообще не имеет решений или же допускает бесконечное множество, как правило, однопараметрическое, – траекторий будущего развития, – состояний возможной (виртуальной) эволюции системы управления. Поскольку множество решений однородных интегральных уравнений (Фредгольма или Вольтерра) никогда не бывает пустым, то в важной ситуации выбора либо спонтанной реализации числа  $\lambda$ , как собственного значения, соответствующее однородное интегральное уравнение допускает бесконечное множество (как правило, линейно зависимых) решений или же стратегий (сценариев управления объектом). Следовательно, в уникальном для практики случае принадлежности числа  $\lambda$  множеству (спектру) собственных значений возникает многоплановость, множественность допустимых реализаций процесса управления объектом, и потому важно проследить, существует ли возможность математически идентифицировать («зафиксировать» на будущее) имеющиеся решения – оптимальный спектр сценариев развития системы – единой (однопараметрической) формулой. Другими словами, имеют ли стратегии эволюции системы единую форму, представленную общей формулой. Подчеркнем: аккумулирующая функциональность, присущая интегральным уравнениям, превращает их в естественный математический аппарат, с помощью компьютерной реализации которого отражаются как непрерывные, так и кусочно-непрерывные эволюционные процессы экономического развития, свойственные регионам в настоящее время, столь мало предсказуемое время функционирования сложных систем управления, в том числе и информационных.

## Методология

Построенный аппарат управления (посредством допустимой вариации параметра  $\lambda$ ) естественно синтезируется с методами моделирования, привлекающими алгоритмы распределенного (инвестиционного или строительного) лага и его структуры. В такую модель легко вписывается «подмодель» функции финансовых рисков и несколько труднее – рисков экологических – с помощью программирования «функции борьбы» с вероятными – в конкретно

взятом регионе – природными и/или экологическими катастрофами и их демпфированием.

Отметим, что множество всех собственных значений (спектр) ядра интегрального уравнения (в общем случае нелинейного) может быть как дискретным, так и непрерывным [Краснов, 2019]. Для каждого вещественного собственного значения, принадлежащего спектру, экономическая, экологическая, логистические системы, описываемые исследуемым уравнением, принимают состояния – собственный (динамический) вектор, кратный (коллинеарный) экзогенному (входному) воздействию на исследуемую систему. Искомое нетривиальное состояние, преобразующееся под воздействием ядра интегрального оператора, порождающего уравнение, в «пропорциональное» (коллинеарное) состояние, называемое собственным вектором интегрального уравнения (Вольтерра), зависит от текущего времени.

Отметим: мера кратности, исчисляемая коэффициентом пропорциональности, и является собственным значением или собственным числом интегрального ядра уравнения, ему соответствующего. Если искомое число положительно, то состояние системы до воздействия на нее «возмущения» и состояние системы после воздействия – сонаправлены. Если же собственное число отрицательно, то свойство коллинеарности сохраняется, а состояние системы до и после воздействия – противоположного направления. Формально собственное число может и равняться нулю. Однако, например, для однородного интегрального уравнения Фредгольма (второго рода) вида (1) либо для уравнения Вольтерра вида (2) случай  $\lambda = 0$  невозможен, ибо порождает тривиальное решение, которое не может быть собственной функцией по определению.

Однородное интегральное уравнение Фредгольма (второго рода) с концентрированным лагом – «опережением» величины  $\tau$  – имеет вид:

$$y(t + \tau) = \lambda \cdot \int_0^{\tau} H(t, \tau, s) y(s) ds + f(t) \quad (3)$$

Интегральное ядро  $H(t, \tau, s)$  может и не зависеть от  $\tau$  явно, но практически часто зависит от  $\tau$  линейно, причем  $H(t, \tau_2, s) < H(t, \tau_1, s)$  при  $\tau_2 > \tau_1$  и фиксированных переменных  $t, s$ . Таким образом, при прочих равных условиях, чем больше величина лага  $\tau$ , тем меньше функция ядра. Это и понятно: избыточное запаздывание (отклонение от нормы)  $\tau$  в общем случае и при всех прочих равных соотношениях уменьшает инвестиционную функцию  $y(t + \tau)$ , «попутно» повышая риски ее реализации, в том числе и финансовые: следовательно, снижается эффективность капитальных вложений в строящийся объект.

Аналогично для уравнения Вольтерра (второго рода):

$$y(t + \tau) = \lambda \cdot \int_0^t H(t, \tau, s) y(s) ds + f(t) \quad (4)$$

И в уравнении Фредгольма, и в уравнении Вольтерра аргумент времени  $t$  может принимать любое значение, принадлежащее интервалу  $t \in (0; T]$  либо  $t \in (0; t]$ . Здесь горизонт планирования эксперимента  $T$  – произвольная, подходящим образом подобранная положительная величина, задающая промежуток времени, в котором исследуется искомый процесс. Логично требовать, чтобы размеры горизонта  $T$  оказались как минимум на порядок больше, чем средняя величина или же математическое ожидание случайной величины запаздывания  $\tau$  – величины лага. В частном, однако важном случае, для определенного класса динамических процессов может априори существовать оптимальное решение, группой

экономических экспертов признанное «эталонным», которого, естественно, и следует придерживаться.

При такой постановке возникает (в некотором роде) обратная задача: желаемое состояние системы известно (как функция времени); зная заранее принятое экспертами эталонное решение – оптимальную эволюцию (экономического, экологического, логистического) процесса, признанную специалистами «эталонной» на определенном промежутке времени  $t \in [0; T]$ , построить интегральное ядро  $H(t, s)$  либо  $H(t, \tau, s)$  для уравнения Фредгольма (либо Вольтерра), «подлаженное» под искомое решение, – эталонное состояние процесса  $y(t)$  либо  $y(t, \tau)$ . Подобная задача – фактически обратная задача динамики – была рассмотрена в работе [Еругин, 1952].

## Результат

Допустим, например, для уравнения Фредгольма (Вольтерра) без лагового параметра  $\tau$  известен вид эталонного решения как мультипликативное соединение экспоненты и синусоиды:

$$y(t) = Ae^{\alpha t} \sin(\beta t) \quad (\beta \geq 0; \alpha \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)).$$

Пусть, далее, по интегральному или дискретному методу наименьших квадратов (классическому или с весами) удалось оценить (идентифицировать) параметры  $\{A; \alpha; \beta\}$  – априори неизвестный трехмерный вектор. Заметим, что искомый вектор  $\{A; \alpha; \beta\}$  может являться дискретной функцией управления исследуемой экономико-математической модели, – в случае наличия возможности управлять этим вектором, и такую возможность не следует упускать.

Если изначально входящий в интегральное уравнение Фредгольма (или Вольтерра) параметр  $\lambda$  не является собственным значением априори неизвестного ядра, то интегральное ядро восстанавливается по искомому решению однозначно. Если же конкретно взятый параметр  $\lambda = \lambda_0$  принадлежит спектру уравнения, то есть является одним из собственных значений ядра, то интегральное ядро восстанавливается по (конкретному) решению принципиально неоднозначно: в общем случае – бесконечнозначно. Тогда ЛПП вправе подобрать, «установить» в программу компьютера именно то из возможных интегральных ядер, которое «доставляет» задаче математического моделирования наиболее «удобное», в некотором роде комфортное решение, которое и следует считать оптимальным в возникшей ситуации.

Аналитический вид описанной выше модели без учета распределенного лага (для уравнения Фредгольма):

$$Ae^{\alpha t} \sin(\beta t) = \lambda \cdot A \int_0^T H(t, s) e^{\alpha s} \sin(\beta s) ds + f(t) \quad (5)$$

а с учетом распределенного (концентрированного, то есть обладающего простейшей структурой) лага:

$$Ae^{\alpha(t+\tau)} \sin(\beta(t+\tau)) = \lambda \cdot A \int_0^T H(t, s) e^{\alpha s} \sin(\beta s) ds + F(t, \tau) \quad (6)$$

Отметим: в уравнении (5) и в уравнении (6), содержащих лаговый параметр  $\tau$ , требуется восстановить (реанимировать) ядро интегрального уравнения  $H(t, s)$  либо  $H(t, \tau, s)$  и затем

оценить доверительные интервалы для каждого из векторов случайных параметров  $\{A; \alpha; \beta; \tau\}$ . Разумеется, исследование проводится как для случая, когда  $\lambda$  не является собственным значением интегрального уравнения и тогда его ядро восстанавливается однозначно; так и для случая, когда  $\lambda = \lambda_0$  является собственным значением уравнения и, следовательно, его ядро восстанавливается бесконечнозначно – процесс протекает как многоплановый, являясь в сущности многозначным, а в общем случае – бесконечнозначным.

После того, как идентифицированы параметры: амплитуды  $A = A$ , коэффициента сжатия  $\alpha = \alpha$ , фазы  $\beta = \beta$  и распределенного концентрированного лага  $\tau = \tilde{\tau}$ , ЛПР и находящийся в его подчинении «штаб айтишников» может приступить к предплановым проектировочным расчетам семейства интегральных ядер  $H = H(t, s, \tau; A, \alpha, \beta)$  и оценкам полученных результатов. Когда исследователь желает локализовать (сконцентрировать) действие множества факторов, причем таким образом, чтобы каждый фактор проявлялся бы на малом, существенном именно для этого фактора, отрезке, ЛПР вправе осуществить программу «разбиения единицы» в форме алгоритма на компьютере. Для этого разобьем отрезок  $[a; b]$  на непересекающиеся множества  $V_1, V_2, \dots, V_n$ :

$$V_1 \cup V_2 \cup V_3 \dots \cup V_n = [a; b] \quad (b > a); \quad \forall i \neq j \quad V_i \cap V_j = \emptyset$$

и локализуем один и только один реально действующий фактор на каждом таком множестве. Например, при моделировании динамических процессов экономики ЛПР

$$\int_0^{\pi} f(x) \cos kx dx, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n.$$

сталкивается с интегралами вида  $\int_0^{\pi} f(x) \cos kx dx$ . Тогда упрощенное разбиение единицы (для  $n = 60$ ) на отрезке  $[0; 3]$  (принимая  $\pi \approx 3$ ) представляют 60 кусочно-непрерывных функций, которые могут выглядеть, например, так:

$$\begin{aligned} e_1(x) &= \begin{cases} 10x, & x \in [0; 0,1) \\ 0, & x \notin [0; 0,1) \end{cases}; & e_2(x) &= \begin{cases} 1-10x, & x \in [0; 0,1) \\ 0, & x \notin [0; 0,1) \end{cases}; \\ e_3(x) &= \begin{cases} 10x-1, & x \in [0,1; 0,2) \\ 0, & x \notin [0,1; 0,2) \end{cases}; & e_4(x) &= \begin{cases} 2-10x, & x \in [0,1; 0,2) \\ 0, & x \notin [0,1; 0,2) \end{cases}; \\ e_5(x) &= \begin{cases} 10x-2, & x \in [0,2; 0,3) \\ 0, & x \notin [0,2; 0,3) \end{cases}; & e_6(x) &= \begin{cases} 3-10x, & x \in [0,2; 0,3) \\ 0, & x \notin [0,2; 0,3) \end{cases}; \\ \dots & & \dots & \\ e_{59}(x) &= \begin{cases} 10x-29, & x \in [2,9; 3] \\ 0, & x \notin [2,9; 3] \end{cases}; & e_{60}(x) &= \begin{cases} 30-10x, & x \in [2,9; 3] \\ 0, & x \notin [2,9; 3] \end{cases}. \end{aligned}$$

Причем для любого конкретного аргумента  $x \in [0; 3]$  сумма  $\sum_{i=1}^{60} e_i(x) = 1$ . Поэтому для произвольной непрерывной на отрезке  $[0; 3]$  функции  $f(x)$  получаем:

$$f(x) = \sum_{k=1}^{60} e_k(x) \cdot f(x) = \sum_{k=1}^{60} f_k(x),$$

где локализованная функция  $f_k(x) = f(x) \cdot e_k(x)$  не равна нулю лишь на малом отрезке  $[\alpha_k; \alpha_k + h]$  при шаге разбиения  $h = 0,1$ ; причем параметры  $\alpha_k \in [0; 2,9]$  меняются дискретно с шагом  $h = 0,1$ . Таким образом, имеем вектор реализаций –  $\{0; 0,1; 0,2; 0,3; \dots; 2,8; 2,9\}$ .

Методика «разбиения единицы» применяется для функций, порождающих непрерывное вырожденное ядро  $H(t,s)$  интегрального уравнения, то есть таких непрерывно-дифференцируемых функций  $\{p_k(x); h_i(x)\}, k = \overline{1, n}, i = \overline{1, n}$ , с помощью которых ядро представляется в виде

$$H(x,s) = \sum_{k=1}^n p_k(x) h_k(s) \quad \forall (x,s) \in D, \quad (7)$$

где  $D$  – область определения (задания) интегрального ядра.

Осуществляя разбиение единицы, исследователь добивается замечательной цели: каждый определенный интеграл, входящий в интегральное уравнение (Фредгольма или Вольтерра), исследуется лишь на малом промежутке времени. Можно предположить, что на малом горизонте планирования экономическая стратегия и ее моделирующая функция не испытывают «переключательных» режимов и изучение варьирующегося дисконта для каждого «локального» интеграла корректно. К тому же существенно упрощаются квадратурные формулы Ньютона-Котеса [Фихтенгольц, 2003], которые эффективно применить для конкретного расчета интегралов. Несомненно, что экономическая ситуация, исследуемая на меньшем промежутке времени, подвержена и меньшим рискам, в том числе и финансовым, нежели на всем горизонте планирования. И потому целесообразна: повышает эффективность инвестиционного «наполнения» задачи.

Отметим: самые высокие риски происходят тогда, когда один концентрированный лаг сменяется другим концентрированным лагом или же для переключательных режимов управления и им соответствующей смене лагов. Тогда и возникают наиболее резкие стохастические «скачки» (другими словами, нарушения непрерывности экономического процесса в отдельных его звеньях). Поэтому скорость вариации (первая производная) способна устремляться к бесконечности. Подобные скачки для второй производной означают нарушение непрерывности скорости процесса или же ускорения его протекания, что неизбежно усложняет математический аппарат: в его арсенал должно входить тогда множество обобщенных функций [Шилов, 1956].

Авторы отмечали в работе [Паршикова, Силаев, 2021], что, выбирая собственные состояния, органично присущие системе управления экономикой региона, ЛПР уменьшает функцию рисков, в том числе и финансовых, что особенно важно (поскольку отмечается рост надежности и безопасности управления системой).

Как «производная» от указанного действия, повышается порог устойчивости функционирования системы управления, становится более надежной «подушка» ее безопасности. Итак, в отмеченном случае для любого «стимула» отклик системы на воздействие окажется однозначным.

Содержательная для экономических исследований «грань» применения исследовательского математического аппарата – разбиение единицы – состоит в осуществлении программного, нацеленного на использование суперкомпьютера и искусственного интеллекта, контроля за динамикой функции рисков (в том числе, и ее финансовой составляющей), который значительно

облегчается с помощью локализации рисков по методу «разбиения единицы».

Там, где под влиянием турбулентности или основных показателей рынка нефти и нефтепродуктов, квазипериодически возникающих спонтанных вспышек коронавируса, наводнения или иных стихийных бедствий (наподобие февральского 2023 года землетрясения в Турции), происходят «скачки» функции рисков (важность для будущего развития процесса динамики одного дня может превышать важность остальных трехсот шестидесяти четырех дней искомого года), осуществление «разбиения единицы» более чем уместно. Да, стихийных катастроф в экологии зачастую нельзя избежать. Однако их можно спрогнозировать: главное, суметь сконцентрировать функцию «меры борьбы» с экологическими катастрофами в заданном отрезке времени и в данном географическом месте, зачастую весьма локальном. Для того чтобы «спунктирная веревочка» при определенных обстоятельствах не превратилась в петлю, и следует моделировать систему контроля и управления поведением, а также скорейшим устранением максимальной доли негативных последствий экологических, эпидемиологических, логистических и прочих виртуальных катастроф.

### Заключение

В настоящей работе с экономических позиций представлены и проанализированы задачи на собственные состояния системы управления экономикой региона и подвергнуты экспертным математическим оценкам соответствующие отмеченным состояниям собственные значения инвестиционного интегрального уравнения – основного уравнения эволюции системы управления.

Построено «разбиение единицы», применение которого позволяет локализовать действия стохастических внешних возмущений и не допускать повышения функции финансовых рисков.

В заключение высказаны соображения о возможности построения содержательных нелинейных моделей экономики в условиях риска. И наконец, для нелинейных моделей, общая теория которых не построена до сих пор, обосновано применение математического аппарата, позволяющего «разделить и локализовать» негативные явления (и сконцентрировать их проявление) в экономике развитого региона с помощью метода «разбиения единицы».

По мнению авторов, математический аппарат синергетической парадигмы требует привлечения теории обобщенных функций, дифференциальных и интегральных операторов, а также тщательного исследования задачи о нахождении их собственных значений и собственных векторов, проверки линейной независимости полученной системы векторов.

Дальнейшее развитие теории экологических катастроф и межгосударственных конфликтов неадекватно в рамках применения линейных систем управления экономикой и производством, природными ресурсами и аномальными явлениями. Развитие математических методов нелинейного программирования неизбежно.

### Библиография

1. Еругин Н.П. Построение всего множества систем дифференциальных уравнений, имеющих заданную интегральную кривую // ПММ. 1952. Т. 17. Вып. 6. С. 659-670.
2. Краснов М. Интегральные уравнения. Введение в теорию. М.: URSS, 2019. 304 с.
3. Паршикова Г.Ю., Перфильев А.А., Силаев А.А. Задача на собственные значения в экономике // Мягкие измерения и вычисления. 2022. Том 56. № 7. С. 37- 44. DOI: 10.36871/26189976.2022.07.003.
4. Паршикова Г.Ю., Перфильев А.А., Силаев А.А. Линейные интегральные уравнения Фредгольма второго рода в приложении к экономике // Инновации и инвестиции. 2020. № 9. С. 162-169.



5. Паршикова Г.Ю., Силаев А.А. Интегрально-лаговые модели экономической динамики // Научно-аналитический журнал «Инновации и инвестиции». 2021. №1. С. 140-144.
6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Физматлит, 2003. 778 с.
7. Шилов Г.Е. Обобщённые функции и их приложения в анализе // УМН. 1956. № 11:6(72). С. 217-226.
8. Noh Y., Chang D. Methodology of exergy-based economic analysis incorporating safety investment cost for comparative evaluation in process plant design //Energy. – 2019. – Т. 182. – С. 864-880.
9. Svetličič M., Bellak C. Investment development path of small economies: comparative evaluation of Austria and Slovenia //Facilitating Transition by Internationalization. – Routledge, 2019. – С. 17-28.
10. O’Callaghan, T., & Vivoda, V. (2017). Regulatory regimes, foreign mining investment, and risk in the Asia-Pacific Region: comparative evaluation and policy implications. Mining in the Asia-Pacific: Risks, Challenges and Opportunities, 35-48.

## **Comparative evaluation of investment processes allowing for multiple implementations and a single development scenario**

**Galina Yu. Parshikova**

Senior Lecturer of the Department of mathematics and informatics,  
State University of Management,  
109542, 99 Ryazanskii av., Moscow, Russian Federation;  
e-mail: galina44@inbox.ru

**Aleksei A. Perfil'ev**

PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,  
Head of the Department of mathematics and informatics,  
State University of Management,  
109542, 99 Ryazanskii av., Moscow, Russian Federation;  
e-mail: alex0304@mail.ru

**Aleksandr A. Silaev**

PhD in Economics, Associate Professor,  
Associate Professor of the Department of mathematics and informatics,  
State University of Management,  
109542, 99 Ryazanskii av., Moscow, Russian Federation;  
e-mail: vishmat@mail.ru

### **Abstract**

In the economy of a region with developed infrastructure, dynamic processes are observed, the implementation of which allows for different scenarios. Interpreting their own functions of the integral investment equation as virtual scenarios for the development of the region, the authors investigate the structure of the economic process and explain under what conditions external influences on the management system will be "distorted" by the operator of the integral equation, and under what conditions the result proportional to the input disturbance will be obtained at the output of the system. By choosing, if possible, the "own states" of the management system, it is possible to reduce the function of financial risks, including those that contribute to improving the

stability of the economy. The authors consider in some sense an inverse problem – knowing the optimal solution of the economic process adopted by specialists as a standard over a certain period of time, to construct an integral core of the investment equation, adjusted to the desired solution. In addition, the authors have substantiated the effectiveness of applying the "unit partitioning" method to increase the reliability of the management system and stability of the control function over the dynamics of financial risks, which allows building non-linear models of the economy of a developed region in conditions of risk, separating and localizing negative phenomena in the economy.

### For citation

Parshikova G.Yu., Perfil'ev A.A., Silaev A.A. (2023) Sravnitel'naya otsenka investitsionnykh protsessov, dopuskayushchikh mnozhestvennyu realizatsiyu i edinstvennyi stsenarii razvitiya [Comparative evaluation of investment processes allowing for multiple implementations and a single development scenario]. *Ekonomika: vchera, segodnya, zavtra* [Economics: Yesterday, Today and Tomorrow], 13 (3A), pp. 27-36. DOI: 10.34670/AR.2023.38.82.002

### Keywords

Distributed lag for the integral equation, spectrum of eigenvalues of the kernel, degenerate kernel, unit splitting.

### References

1. Erugin N.P. (1952) Postroenie vsego mnozhestva sistem differentsial'nykh uravnenii, imeyushchikh zadannuyu integral'nyu krivuyu [Construction of the entire set of systems of differential equations with a given integral curve]. *PMM*, 17(6), pp. 659-670.
2. Fikhtengol'ts G.M. (2003) *Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya* [Course of differential and integral calculus]. Moscow: Fizmatlit Publ.
3. Krasnov M. (2019) *Integral'nye uravneniya. Vvedenie v teoriyu* [Integral equations. Introduction to theory]. Moscow: URSS Publ.
4. Parshikova G.Yu., Perfil'ev A.A., Silaev A.A. (2020) Lineinye integral'nye uravneniya Fredgol'ma vtorogo roda v prilozhenii k ekonomike [Linear integral Fredholm equations of the second kind in the application to the economy]. *Innovatsii i investitsii* [Innovations and investments], 9, pp. 162-169.
5. Parshikova G.Yu., Perfil'ev A.A., Silaev A.A. (2022) Zadacha na sobstvennye znacheniya v ekonomike [Eigenvalue problem in economics]. *Myagkie izmereniya i vychisleniya* [Soft Measurements and Computing], 56(7), pp. 37- 44. DOI: 10.36871/2618-9976.2022.07.003.
6. Parshikova G.Yu., Silaev A.A. (2021) Integral'no-lagovye modeli ekonomicheskoi dinamiki [Integral-lag models of economic dynamics]. *Nauchno-analiticheskii zhurnal «Innovatsii i investitsii»* [Scientific and analytical journal "Innovations and Investments"], 1, pp. 140-144.
7. Shilov G.E. (1956) Obobshchennye funktsii i ikh prilozheniya v analize [Generalized functions and their applications in analysis]. *UMN*, 11:6(72), pp. 217-226.
8. Noh, Y., & Chang, D. (2019). Methodology of exergy-based economic analysis incorporating safety investment cost for comparative evaluation in process plant design. *Energy*, 182, 864-880.
9. Svetličič, M., & Bellak, C. (2019). Investment development path of small economies: comparative evaluation of Austria and Slovenia. In *Facilitating Transition by Internationalization* (pp. 17-28). Routledge.
10. O'Callaghan, T., & Vivoda, V. (2017). Regulatory regimes, foreign mining investment, and risk in the Asia-Pacific Region: comparative evaluation and policy implications. *Mining in the Asia-Pacific: Risks, Challenges and Opportunities*, 35-48.