

УДК 33

DOI: 10.34670/AR.2024.36.88.089

## **Концептуальная основа экономико-математического моделирования процессов прогнозирования рынка производных финансовых инструментов**

**Лопухин Арсений Максимович**

Аспирант,  
кафедра экономики и управления им. Н.Г. Нечаева,  
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,  
399770, Российская Федерация, Елец, ул. Коммунаров, 28;  
e-mail: ars4044@mail.ru

### **Аннотация**

Гипотеза фрактального рынка — одна из передовых теорий развивающейся финансовой и нелинейной науки. Цель статьи состоит в исследовании концептуальных основ экономико-математического моделирования процессов прогнозирования рынка производных финансовых инструментов, предполагающих разработку теории, методологии и алгоритма моделирования процесса прогнозирования рынка деривативов. Основная идея, проиллюстрированная в настоящем исследовании, может способствовать интеграции и развитию теорий границ инвестиций в ценные бумаги с использованием более унифицированной структуры анализа и может служить руководством для инвестиционной практики на более высоком уровне.

### **Для цитирования в научных исследованиях**

Лопухин А.М. Концептуальная основа экономико-математического моделирования процессов прогнозирования рынка производных финансовых инструментов // Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2024. Том 14. № 12А. С. 840-848. DOI: 10.34670/AR.2024.36.88.089

### **Ключевые слова**

Концепция рынка производных финансовых инструментов, гипотеза фрактального рынка, принципы совершенствования деривативов.

---

## Введение

К основным факторами актуализации концептуальных подходов к обеспечению инновационного развития финансового сектора экономики сегодня следует отнести структурную и функциональную сложность и изменчивость финансовой системы, особенности управления и организации процессов развития формирующих ее элементов и внутрисистемного взаимодействия финансового рынка, включая валютный рынок, рынок ценных бумаг с фиксированным доходом и рынок акций, а также новые и растущие рынки производных ценных бумаг (фьючерсы, опционы и свопы). Эволюция финансовой системы представляет собой некую инновационную спираль, в которой организованные рынки и посредники конкурируют друг с другом в статическом смысле и дополняют друг друга в динамике. Формирование финансовой структуры обуславливает необходимость совершенствования инструментами управления неопределенностью и контроля рисков, возникающих по ряду причин (невыполнение обязательств контрагентами, волатильность курса валют, ценовые колебания на рынке труда). Хорошо функционирующая финансовая система способствует эффективному распределению рисков. Особую актуальность приобретают механизмы страхования рисков изменения цен при помощи производных финансовых инструментов (ПФИ) на срочных рынках. Сегодня деривативы стали эффективным инструментом для снижения бизнес-рисков, расширения ассортимента продукции и управления капитальными и финансовыми затратами. Поэтому деривативы названы самой важной инновацией экономики, поскольку, как и покупка страховых контрактов, данные инструменты позволяют отделить управление рисками от передачи ресурсов, оказывая значимое влияние на стабильность всей финансовой системы.

Сегодня актуальным и востребованным является разработка концептуальной основы моделирования процессов прогнозирования рынка производных финансовых инструментов.

С точки зрения научного подхода категория «концепция» может трактоваться как совокупность ключевых методологических подходов и положений, определяющих специфику исследования конкретных финансовых систем и протекающих в них процессов, систему базовых принципов, так и научных методов оптимальной организации исследования финансовых систем (или ее элементов). Методологические положения позволяют научно обосновать проблемы развития финансовых систем, комплексно и всесторонне изучить их сущность, выявить закономерности развития, предложить прогностические методы и процедуры, способные обосновать перспективы совершенствования инновационного инструмента.

Целью статьи является исследование концептуальных основ экономико-математического моделирования процессов прогнозирования рынка производных финансовых инструментов, предполагающих разработку теории, методологии и алгоритма моделирования процесса прогнозирования рынка деривативов.

## Результаты исследования

Правильное определение характеристик колебаний цен на ценные бумаги является основой научного понимания закона функционирования рынка ценных бумаг и обеспечивает гарантию реализации оптимизации распределения активов и систематического управления рисками. Гипотеза эффективного рынка была разработана на основе предпосылки, что движение цен на ценные бумаги следует броуновскому движению и случайному блужданию, а доходность

подчиняется нормальному распределению [Fama, 1970]. Поэтому рынок ценных бумаг характеризуется линейностью, непрерывностью, статичностью и независимостью, с помощью которого инвестиционный риск можно оценить и контролировать.

Благодаря постоянной интеграции и развитию цифровых технологий (информатика, коммуникационная инженерия, большие данные), некоторых других возникающих междисциплинарных дисциплин в академическом сообществе углубляют понимание характеристик колебаний цен на ценные бумаги и законов ценных бумаг. Такие необычные характеристики, как лептокуртическое и «толстый хвост» распределения доходности ценных бумаг, финансовые явления, такие как эффект P/E и календарный эффект, а также высокочастотный и кластерный финансовый риск, — все это убедительно свидетельствует о том, что колебания цен на ценные бумаги являются существенными. Тогда и рынок ценных бумаг может иметь некоторые характеристики разрывности, нелинейности и сложности. [Mandelbrot, 1971, 1997; Mandelbrot, Hudson, 2009; Peters, 1991].

Изложенное выше позволяет принять новую сложную парадигму для анализа сложных проблем экономических наук и оценки существующей социально-экономической ситуации развития между различными дисциплинами в более широкой и комплексной перспективе [Вайсман, 2012]. Особый интерес представляет сегодня гипотеза фрактального рынка, основанная на фрактальной геометрии. Данная теоретическая инновация оказывает глубокое влияние на развитие современных экономических теорий и практик инвестирования в ценные бумаги [Лопухин, 2024].

Два исторических события послужили импульсом для зарождения и дальнейшего становления гипотезы фрактального рынка: (1) переход от фрагментарных исследований к междисциплинарности; (2) становления нового языка науки — фрактальной и мультифрактальной геометрии [Mandelbrot, 1967, 1999; Mandelbrot, Hudson, 2009; Mantegna, Stanley, 2006].

Согласно исследованиям Э. Петерса [Peters, 1991, 1994] было установлено, что цена ценных бумаг подвержена фрактальному броуновскому движению, а ее доходность следует фрактальному распределению, характеризующемуся самоподобием и долговременной памятью. В тоже время изменение набора информации и временных инвестиционных горизонтов могут повлиять на фрактальные свойства рыночной цены.

Основательные исследования гипотезы фрактального рынка начались в конце 1990-х годов и были посвящены систематическому анализу возникновения [Fan, Zhang, 2002; Xu, 1999], развития и его применению на рынке ценных бумаг [Liu, Song, 2013]. Характеристики фрактальной динамики ценных бумаг, асимметричные нарушения между различными рынками были подтверждены как отечественными, так и зарубежными исследованиями. Ключевая проблема применения гипотезы фрактального рынка связана с количественной оценкой — определение продолжительности времени, в течение которого «фрактальный» паттерн должен повторяться в попытке спрогнозировать направление движения цен на рынке.

Первая предпосылка гипотезы фрактального рынка заключалась в экспансии колебания цен ценных бумаг от стандартного броуновского движения до фрактального броуновского движения. Данное предположение было предпринято Б. Мандельбротом и Дж. Ван Нессом в 1968 году. Впоследствии Мандельброт [Mandelbrot, 1971] ввел на рынке ценных бумаг анализ масштабированного диапазона (R/S). Согласно теории ученого, для любого фрактального броуновского движения  $B_H(t)$  корреляция  $r$  между доходностями ценных бумаг может быть выражена уравнением:

$$r = 2^{2H-1} - 1,$$

где  $H$  – параметр Херста, который представляет собой меру самоподобия или меру длительности долгосрочной зависимости временного ряда.

1. Если  $H=1/2$ , то  $r=0$ , то процесс  $B_H(t)$  соответствует классическому броуновскому движению. Это указывает на отсутствие памяти о прошлом, независимости значений временного ряда, то есть доходность ценных бумаг случайная и несвязанная.

2. Если  $\frac{1}{2} < H < 1$ , то  $r>0$  и процесс  $B_H(t)$  является фрактальным броуновским движением. В этом случае доходность ценных бумаг обладает постоянством и долговременной памятью, то есть колебания цен на ценные бумаги имеют эффект инерции: если имеется восходящая тенденция, то в дальнейшем она продолжит свой рост.

3. Если  $0 < H < 1/2$ , то  $r<0$  и процесс  $B_H(t)$  также является фрактальным броуновским движением. Однако доходность ценных бумаг здесь обладает антиперсистентностью и не имеет долговременной памяти. В этом случае колебание цен на ценные бумаги имеет противоположный эффект – восходящая тенденция переходит в нисходящую.

Однако сам метод  $R/S$ -анализа был предложен ранее в 1951 году британским климатологом Г. Э. Херстом [Hurst, 1951] для количественной оценки природы временных рядов долговременной емкости водохранилищ. Херст обобщил уравнение Эйнштейна при условии, что временной ряд является независимым при увеличении значения  $n$ :  $(R/S)_n = Cn^H$ , где  $S$  – стандартное отклонение (волатильность),  $R/S$  – «перемасштабированный диапазон», который имеет нулевое среднее значение и выражается через локальные стандартные отклонения,  $H$  – показатель Херста,  $C$  – константа. Этот закон масштабирования поведения цен фондового индекса — первая связь между процессами Херста и фрактальной геометрией. Масштабирование также позволяет сравнивать периоды времени  $n$  в финансовых рядах, разделенные годами.

Рассматривая логарифмическую версию уравнения Херста, т.е.

$$\log(R/S)_n = \log(c) + H \log(n),$$

можно оценить показатель Херста, построив график зависимости  $\log(R/S)$  от  $\log(n)$  и найдя градиент с помощью метода наименьших квадратов. В статье [Лопухин, 2020] нами приведена пошаговая методология применения  $R/S$ -анализа к данным фондового рынка.

Помимо показателя  $H$  для идентификации фрактальных характеристик рынка ценных бумаг можно использовать и другие показатели, включая фрактальную размерность  $D$ , индекс стабильности  $\alpha$ , параметр дробной разности  $\xi$  и спектральную плотность мощности  $\eta$ . По данным Чжао и др. [Zhao, 1999], соотношения упомянутых выше показателей следующие:  $D=2-H$ ,  $\alpha=1/H$ ,  $\xi=H-0,5$  и  $\eta=2H-1$ . Эти показатели эквивалентны в выявлении единообразия гипотез эффективного и фрактального рынков.

Математико-экономическое моделирование динамики временных рядов, основанное на оценке фрактальной размерности, нуждается в высоких технологиях, которые повышают волатильность, неустойчивость цен. С этой задачей хорошо справляются искусственные нейронные сети. Искусственный интеллект, имеющий сложные взаимосвязи между переменными, используется для различных аспектов прогнозирования нелинейных динамических систем, в том числе для прогнозирования ПФИ. Разновидностью искусственной нейронной сети является искусственная нейронная сеть способная к обучению долговременным зависимостям. Для решения нашей задачи предлагается модель рекуррентной сети LSTM,

обученной при помощи 42-х инструментов технического анализа на рынке производных финансовых инструментов [Лопухин, 2024].

Таким образом, представленная концепция экономико-математического моделирования процессов прогнозирования рынка ПФИ описывает методику исследования возможностей применения фрактального подхода с использованием инструментальных средств (методов ИИ). Предложенный подход направлен на повышение точности и эффективности прогнозирования финансовых временных рядов в рамках фрактального подхода посредством оптимального сочетания математической и технической составляющих. Возможности наиболее эффективной реализации гипотезы фрактального рынка зависят от выбора методов оценки фрактальных характеристик рынка ценных бумаг (фрактальная размерность, индекс стабильности, параметр дробной разности, спектральная плотность мощности), функции распределения доходности (фрактальное броуновское распределение движения цены, распределение Леви или распределение Паретто-Леви), инструментов исследования динамики цен (ИИ или фундаментального анализа).

Концепция экономико-математического моделирования процессов прогнозирования рынка ПФИ предусматривает реализацию базовых принципов управления данным процессом с целью обеспечения точности и эффективности. К принципам развития рынка производных ценных бумаг будем относить:

- *принцип рыночного неравновесия* реализуется при условии, когда хотя бы один из субъектов рыночных отношений способен улучшить свое положение, не затрагивая при этом положения никого из других участников рынка ценных бумаг. Дисбаланс между спросом и предложением задает динамику соответствующей цены, определяет размер корректировки соответствующих цен;
- *принцип ликвидности финансовых рынков*. Ликвидность достигается при условии наличия большого числа инвесторов с различными инвестиционными горизонтами, различными информационными множествами и, как следствие, с различными представлениями о справедливой цене;
- *принцип рационального подхода*. Реализация данного принципа основана на доминировании рациональных действий инвесторов при хеджировании рисков, при принятии решений об применении средств оценки эффективности поставленных целей;
- *принцип неравномерности*. Реализация принципа основана на различных информационных множествах и, следовательно, различных представлениях о справедливой цене на финансовых рынках, которая связана с инвестиционным горизонтом инвестора. Оценка информации инвесторами с различными инвестиционными горизонтами различна, то и распространение информации на рынке также будет неравномерным;
- *принцип нелинейности*. Функционирование рынка определяется нелинейным поведением с возможностью нахождения в различных четырех стадиях, которые будут влиять на поведение инвесторов - фаза случайного блуждания, переходным состоянием, хаотичный рынок и когерентное состояние рынка;
- *принцип самоподобия, долгосрочной зависимости, открытости рынка*. Реализация принципа самоподобия основана на утверждении, что финансовые рынки самоподобны в различных временных масштабах. Самоподобие на финансовых рынках можно наблюдать, например, при чтении графиков. Так, графики ежедневных, еженедельных и

ежемесячных изменений цены любого товара выглядят подобными, имеют одинаковую форму. «Современный финансовый рынок представляет собой идеальный пример сложной и открытой динамической системы. Он достаточно хаотичен, поскольку его эволюция определяется волей большого количества людей, внешними факторами, с другой стороны, в нем действуют устойчивые механизмы, определяемые коллективным поведением участников» [Лопухин, 2020];

- *принцип фрактальной структуры и размерности.* Реализация принципа означает фрактальную структуру рынка ценных бумаг, которая формируется в случае определенной зависимости будущих значений от своих прошлых значений, при этом структура рынка характеризуется фрактальной размерностью – дробная метрическая размерность, присущая фрактальным структурам. Сложность графика временного ряда (ценового ряда) определяется через фрактальную размерность. Для диагностики поведения финансовой системы в целом, определения нестабильных состояний требуется исследование и анализ воздействия на систему внешних и внутренних факторов с выделением участков с различной фрактальной размерностью;
- *принцип бинарного режима функционирования рынка - стабильного и нестабильного.* Реализация принципа основана на условии присутствия на рынке инвесторов с различными инвестиционными горизонтами. Данное условие обеспечивает ликвидность финансовых рынков. Индикатором для оценки стабильности является фрактальная размерность. Наличие критического значения фрактальной размерности временного ряда, при приближении к которому система теряет устойчивость и переходит в нестабильное состояние, означает, что инвесторы с длинными инвестиционными горизонтами или прекращают участвовать на рынке, или сами становятся краткосрочными инвесторами. В этом случае параметры либо быстро возрастают, либо убывают, в зависимости от тенденции, имеющей место в данное время;
- *принцип концентрации ресурсов.* Реализация данного принципа предполагает стремление каждого экономического субъекта рыночных отношений улучшить свои позиции с целью получения максимальной выгоды;
- *принцип эффективности.* Реализация принципа обеспечивает совокупный результат функционирования как методов фрактального анализа, так и ИИ, который должен превышать затраты на развитие в каждом временном интервале.

## Заключение

В статье представлен обзор российских и зарубежных научных публикаций, выявляющий эффективность гипотезы фрактального рынка. В более общем смысле гипотеза фрактального рынка отображает волатильность цен на ценные бумаги, законы функционирования рынка и предлагает абстракцию и описание рынка ценных бумаг более высокого уровня по сравнению с гипотезой эффективного рынка. Данная гипотеза была положена в основу предложенной концепции и представляет собой общую форму и устойчивое состояние рынка ценных бумаг. Важно не только правильно понимать и учитывать взаимосвязь между двумя видами гипотез, но также исследовать прикладные перспективы гипотезы фрактального рынка – возможности искусственных нейронных сетей для экономико-математического моделирования фьючерсного рынка, которые имеют множество преимуществ в методах прогнозирования, классификации, кластеризации и оптимизации.

## Библиография

1. Вайсман Е.Д., Уфимцев А.А. Гипотеза фрактального рынка – концептуальная основа современных методов прогнозирования и управления предпринимательским риском // Финансы. Экономика. Стратегия. 2012. № 2 (51). С.17-21.
2. Лопухин А.М. Гипотеза фрактального рынка как новая парадигма финансового инжиниринга рынка деривативов // Вопросы отраслевой экономики. 2024. № 2 (6). С. 40-46.
3. Лопухин А.М. Применение методов фрактального анализа к прогнозированию показателей развития предприятий кофейной отрасли // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2020. № 4 (20). С. 70-79.
4. Blackledge J. The Fractal Market Hypothesis: Applications to Financial Forecasting. Warsaw: Centre for Advanced Studies, Warsaw University of Technology, 2010. doi:10.21427/yw50-mg16
5. Fama E. F. Efficient capital market: A review of theory and empirical work // Journal of Finance. 1970. Vol. 25(2). Pp. 383–417.
6. Fan Z., Zhang S.-Y. Efficiency of financial market and fractal market theory // Systems Engineering-Theory & Practice. 2002. Vol. 22(3). Pp. 13–19.
7. Guang L., Chih-Ping Yu, Shan-Neng Sh., I-Tung Sh. The Efficient Market Hypothesis and the Fractal Market Hypothesis: Interfluges, Fusions, and Evolutions // SAGE Open. 2022. Vol. 12 (1). Doi:10.1177/21582440221082137.
8. Hurst, H.E. Long-term storage of reservoirs: an experimental study // Transactions of the American Society of CivilEngineers. 1951. Vol. 116. Pp. 770-779.
9. Mandelbrot B. B. (1967). How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension // Science. 1967. Vol. 156(3775). Pp. 636–638.
10. Mandelbrot B.B., Van Ness J.W. Fractional Brownian Motions, Fractional Noisesand Applications // SIAMReview. 1968. Vol. 10. No 4. Pp. 422–437.
11. Mandelbrot B. B. (1971). Analysis of long-run dependence in economics: The R/S technique // Econometrica. 1971. Vol. 39. Pp. 68–69.
12. Mandelbrot B. B. (1997). Three fractal models in finance: Discontinuity, concentration, risk // Economic Notes. 1997. Vol. 26(2). Pp. 171–212.
13. Mandelbrot B. B. A multifractal walk down wall street // Scientific American. 1999. Vol. 280(2). Pp. 70–73.
14. Mandelbrot B. B., Hudson R. The (mis) behavior of markets / Zhang X., Zhang Z.-W. (trans.). China Renmin University Press, 2009.
15. Mantegna R. N., Stanley H. E. An introduction to econophysics / Feng J.-Q., Kuang H.-B. (trans). China Renmin University Press, 2006.
16. Peters E. Chaos and order in the capital markets: A new view of cycles, prices, and market volatility. New York: John & Sons, Inc, 1991.
17. Peters E. Fractal market analysis: Applying chaos theory to investment and economics. New York: John Wiley & Sons Inc, 1994.
18. Xu L.-B. An effective method to explore the effectiveness of capital market: Fractal market analysis // Journal of Finance and Economics. 1999. Vol. 1. Pp. 43–47.
19. Zhao X.-Q., Ren F.-Y., Jiang F. (1999). Estimation method of fractal dimension for model of fractional brownian motion // Mathematics in Economics. 1999. Vol. 16(3). Pp. 60–67.

## Conceptual Framework of Economic-Mathematical Modeling for Forecasting Derivatives Market Processes

**Arsenii M. Lopukhin**

Postgraduate student,  
Department of Economics and Management named after N.G. Nechaev,  
Yelets State University named after I.A. Bunin,  
399770, 28, Kommunarov str., Yelets, Russian Federation;  
e-mail: ars4044@mail.ru

## Abstract

The fractal market hypothesis is one of the advanced theories in developing financial and nonlinear science. The purpose of the article is to study the conceptual foundations of economic-mathematical modeling of forecasting processes in the derivatives market, involving the development of a theory, methodology and algorithm for modeling the derivatives market forecasting process. The main idea illustrated in this study may contribute to the integration and development of securities investment boundary theories using a more unified analysis structure and may serve as a guide for investment practice at a higher level.

## For citation

Lopukhin A.M. (2024) Kontseptual'naya osnova ekonomiko-matematicheskogo modelirovaniya protsessov prognozirovaniya rynka proizvodnykh finansovykh instrumentov [Conceptual Basis of Economic-Mathematical Modeling of Forecasting Processes in the Derivatives Market]. *Ekonomika: vchera, segodnya, zavtra* [Economics: Yesterday, Today and Tomorrow], 14 (12A), pp. 840-848. DOI: 10.34670/AR.2024.36.88.089

## Keywords

Derivatives market concept, fractal market hypothesis, derivatives improvement principles.

## References

1. Vaysman, E. D., & Ufimtsev, A. A. (2012). Gipoteza fraktal'nogo rynka – kontseptual'naya osnova sovremennykh metodov prognozirovaniya i upravleniya predprinimatel'skim riskom [The fractal market hypothesis as a conceptual basis for modern methods of forecasting and managing business risk]. *Finansy. Ekonomika. Strategiya*, 2(51), 17-21.
2. Lopukhin, A. M. (2024). Gipoteza fraktal'nogo rynka kak novaya paradigma finansovogo inzhiniringa rynka derivativov [The fractal market hypothesis as a new paradigm for financial engineering of the derivatives market]. *Voprosy otraslevoi ekonomiki*, 2(6), 40-46.
3. Lopukhin, A. M. (2020). Primenenie metodov fraktal'nogo analiza k prognozirovaniyu pokazatelei razvitiya predpriyatii kofeinoi otrasli [Application of fractal analysis methods to forecasting development indicators of coffee industry enterprises]. *Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie*, 4(20), 70-79.
4. Blackledge, J. (2010). *The Fractal Market Hypothesis: Applications to Financial Forecasting*. Warsaw: Centre for Advanced Studies, Warsaw University of Technology, 2010. doi:10.21427/yw50-mg16
5. Fama, E. F. (1970). Efficient capital market: A review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, 25(2), 383–417.
6. Fan, Z., Zhang, S.-Y. (2002). Efficiency of financial market and fractal market theory. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 22(3), 13–19.
7. Guang, L., Chih-Ping, Yu, Shan-Neng, Sh., I-Tung, Sh. (2022). The Efficient Market Hypothesis and the Fractal Market Hypothesis: Interfluves, Fusions, and Evolutions. *SAGE Open*, 12 (1). Doi:10.1177/21582440221082137.
8. Hurst, H.E. (1951). Long-term storage of reservoirs: an experimental study. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116, 770-779.
9. Mandelbrot, B. B. (1967). How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension. *Science*, 156(3775), 636–638.
10. Mandelbrot, B.B., Van Ness, J.W. (1968). Fractional Brownian Motions, Fractional Noises and Applications. *SIAM Review*, 10(4), 422–437.
11. Mandelbrot, B. B. (1971). Analysis of long-run dependence in economics: The R/S technique. *Econometrica*, 39, 68–69.
12. Mandelbrot, B.B. (1997). Three fractal models in finance: Discontinuity, concentration, risk. *Economic Notes*, 26(2), 171–212.
13. Mandelbrot, B. B. (1999). A multifractal walk down wall street. *Scientific American*, 280(2), 70–73.
14. Mandelbrot, B. B., Hudson, R. (2009). The (mis) behavior of markets. Zhang X., Zhang Z.-W. (trans.). China Renmin University Press.
15. Mantegna, R. N., Stanley H. E. (2006). An introduction to econophysics. China Renmin University Press.
16. Peters, E. (1991). *Chaos and order in the capital markets: A new view of cycles, prices, and market volatility*. New York: John & Sons, Inc.



17. Peters, E. (1994). *Fractal market analysis: Applying chaos theory to investment and economics*. New York: John Wiley & Sons Inc.
18. Xu, L.-B. (1999). An effective method to explore the effectiveness of capital market: Fractal market analysis. *Journal of Finance and Economics*, 1, 43–47.
19. Zhao, X.-Q., Ren, F.-Y., Jiang, F. (1999). Estimation method of fractal dimension for model of fractional brownian motion. *Mathematics in Economics*, 16(3), 60–67.