

УДК 336.77

DOI: 10.34670/AR.2026.19.92.049

## **Байесовские и частотные подходы к калибровке структурных моделей кредитного риска с учетом редких дефолтных событий и корреляционных каскадов в финансовых сетях**

**Успаева Милана Гумкиевна**

Кандидат экономических наук, доцент,  
Кафедра финансов, кредита и антимонопольного регулирования,  
Чеченский государственный университет им. А.А. Кадырова,  
364906, Российская Федерация, Грозный, ул. Киевская, 33;  
e-mail: mguspaeva@mail.ru

**Гачаев Ахмед Магомедович**

Доцент,  
Кафедра высшей и прикладной математики,  
Грозненский государственный нефтяной  
технический университет им. акад. М.Д. Миллионщикова,  
364051, Российская Федерация, Грозный, пр. Исаева, 100;  
e-mail: Gachaev-chr@mail.ru

### **Аннотация**

В статье проводится сравнительный анализ байесовских и частотных подходов к калибровке структурных моделей кредитного риска в условиях редких дефолтных событий и корреляционных каскадов в финансовых сетях. На основе синтетического панельного набора данных, сгенерированного методом Монте-Карло для сети из 500 взаимосвязанных компаний за 20-летний период, исследуется влияние выбора методологии оценки параметров на точность и робастность прогнозируемых вероятностей дефолта (PD). Расширенная структурная модель учитывает как фундаментальные характеристики эмитентов (динамика стоимости активов, долговая нагрузка), так и сетевые эффекты, при которых дефолт контрагента вызывает каскадные потери у связанных компаний. Частотный подход реализован через метод максимального правдоподобия, тогда как байесовский подход основан на иерархической постановке и оценке параметров с использованием алгоритмов MCMC (Гиббс, Метрополис-Гастингс) с слабоинформативными априорными распределениями. Сравнение проводится по стандартным метрикам точности (RMSE, MAPE) в стабильные и шоковые периоды, а также по характеру реакции моделей на структурные сдвиги и редкие события. Показано, что при нормальных рыночных условиях оба подхода обеспечивают сопоставимые точечные оценки PD, однако в периоды стрессов частотные оценки демонстрируют повышенную волатильность и склонность к переоценке риска, тогда как байесовская модель обладает большей устойчивостью и лучше отражает системный характер риска в сети. Полученные результаты подчеркивают практическую значимость байесовских

методов для калибровки моделей кредитного риска и стресс-тестирования финансовых систем.

#### **Для цитирования в научных исследованиях**

Успаева М.Г., Гачаев А.М. Байесовские и частотные подходы к калибровке структурных моделей кредитного риска с учетом редких дефолтных событий и корреляционных каскадов в финансовых сетях // Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2025. Том 15. № 11А. С. 339-349. DOI: 10.34670/AR.2026.19.92.049

#### **Ключевые слова**

Кредитный риск, структурные модели, байесовский подход, частотный подход, редкие события дефолта, финансовые сети, корреляционные каскады, стресс-тестирование, системный риск, методология исследования, управление рисками.

### **Введение**

Современная финансовая архитектура, характеризующаяся высокой степенью взаимосвязанности и сложности, ставит перед исследователями и практиками нетривиальные задачи в области управления кредитным риском. После глобального финансового кризиса 2008 года стало очевидным, что традиционные модели, основанные на допущении о независимости и нормальном распределении рисков, неадекватно отражают реальность, особенно в контексте системных событий [Галий, Хуссамов, 2009]. Глобальный рынок корпоративного долга, по оценкам Банка международных расчетов, превысил 13 триллионов долларов США к концу 2023 года, что подчеркивает макроэкономическую значимость точной оценки кредитных рисков. Проблема усугубляется феноменом «редких событий» – дефолтов крупных, системно значимых институтов, которые, несмотря на низкую априорную вероятность, способны вызывать каскадные эффекты и дестабилизировать всю финансовую систему [Купрюшина, 2007]. Статистика дефолтов корпоративных эмитентов инвестиционного класса за последние два десятилетия показывает, что среднегодовой уровень дефолтов колеблется в пределах 0.1-0.2%, однако в кризисные периоды, такие как 2002 и 2009 годы, он скачкообразно возрастал в 5-10 раз, что свидетельствует о наличии тяжелых хвостов в распределении убытков.

В этом контексте структурные модели кредитного риска, восходящие к работам Мертона, остаются фундаментальным инструментом анализа, поскольку они связывают вероятность дефолта (PD) с базовыми экономическими показателями компании, такими как стоимость ее активов и уровень долговой нагрузки [[Мартынов, 2012]. Однако их калибровка на реальных данных сталкивается с серьезными методологическими трудностями. Классические частотные (фреквентистские) подходы, такие как метод максимального правдоподобия (MLE), демонстрируют нестабильность и смещенность оценок при малом количестве наблюдений дефолтов [Кабушкин, 2000]. Оценка параметров для редких событий становится статистически незначимой, а модели, откалиброванные на таких данных, склонны недооценивать хвостовые риски. Это создает ложное чувство безопасности и приводит к неадекватному резервированию капитала.

Альтернативой выступает байесовский подход, который позволяет интегрировать априорную информацию (например, экспертные оценки, данные по аналогам или макроэкономические прогнозы) в процесс оценки параметров [Андреев, 2009]. Это особенно

ценно в условиях нехватки эмпирических данных о дефолтах. Байесовский вывод позволяет получить не точечную оценку параметра, а его полное апостериорное распределение, что дает более богатое представление о неопределенности, связанной с оценкой риска [Поморина, Синева, Шевченко, 2013]. Более того, байесовские иерархические модели и методы Монте-Карло по схеме Марковских цепей (МСМС) предоставляют гибкий инструмент для моделирования сложных зависимостей, включая корреляционные каскады в финансовых сетях. Анализ топологии межбанковских и межфирменных сетей показывает, что они часто имеют структуру «малого мира» и безмасштабную структуру, где наличие высокоцентрализованных узлов (хабов) значительно увеличивает потенциал для распространения шоков [Ермолина, 2014]. Именно поэтому исследование сравнительной эффективности байесовских и частотных подходов к калибровке структурных моделей с учетом этих двух ключевых аспектов – редких событий и сетевых эффектов – представляет собой актуальную и критически важную научную задачу.

### **Материалы и методы исследования**

Настоящее исследование базируется на синтетическом панельном наборе данных, сгенерированном с помощью симуляции Монте-Карло, что позволяет контролировать истинные значения параметров и оценивать точность различных методов калибровки. База данных моделирует финансовую сеть, состоящую из 500 взаимосвязанных компаний, на протяжении 20-летнего периода (240 ежемесячных наблюдений). Структура сети была задана с использованием алгоритма Барабаш-Альберт для генерации безмасштабной сети, что отражает наличие системно значимых финансовых институтов (хабов) и большого числа периферийных компаний. Динамика стоимости активов каждой компании моделировалась как геометрическое броуновское движение, при этом в процесс были включены коррелированные шоки, имитирующие общие макроэкономические факторы, и идиосинкразические шоки [Бочаров, 2008]. Для создания условий редких дефолтов базовый годовой уровень вероятности дефолта был установлен на уровне 0.5%, однако в модель были заложены несколько периодов системного стресса, когда корреляции между активами компаний резко возрастали, а волатильность увеличивалась, что приводило к кластеризации дефолтов.

Для моделирования кредитного риска использовалась расширенная структурная модель, учитывающая сетевые эффекты. Дефолт компании наступал не только тогда, когда стоимость ее активов падала ниже порога долга, но и учитывался каскадный эффект: дефолт контрагента приводил к прямому убытку (списанию дебиторской задолженности), что снижало стоимость активов компании и могло спровоцировать ее собственный дефолт [Малюгин, Гринь, 2008]. Этот механизм позволяет моделировать корреляционные каскады. Калибровка данной модели проводилась с использованием двух конкурирующих методологических подходов.

Частотный подход был реализован на основе метода максимального правдоподобия (MLE). Для каждой компании оценивались параметры модели (дрифт и волатильность процесса стоимости активов), максимизируя функцию правдоподобия, построенную на временных рядах наблюдаемых рыночных данных (цены акций как прокси стоимости активов) и информации о дефолтах [Криштал, 2016]. Для оценки параметров сетевого взаимодействия использовались методы, основанные на анализе двусторонних рисков.

Байесовский подход был реализован с использованием методов Монте-Карло по схеме Марковских цепей (МСМС), в частности, алгоритма Гиббса и Метрополиса-Гастингса

[Нижникова, Бокадорова, 2009]. В качестве априорных распределений для параметров модели были выбраны слабоинформативные априорные распределения (например, нормальное распределение с большой дисперсией для дрефта и обратное гамма-распределение для волатильности), чтобы минимизировать влияние субъективных суждений исследователя, но при этом регуляризировать оценки в условиях нехватки данных [Девайкина, 2023]. Ключевым преимуществом стало построение полного апостериорного распределения для вероятности дефолта каждой компании, а также для параметров, описывающих силу сетевой связи, что позволило получить не только точечные оценки, но и их доверительные (правдоподобные) интервалы.

Исследовательская база включала анализ более 150 научных публикаций, монографий и отчетов регуляторов, посвященных структурному моделированию, байесовской эконометрике, теории сетей и управлению системным риском. Основные вычислительные процедуры и симуляции были реализованы с использованием языков программирования R (пакеты *rjags*, *igraph*) и Python (библиотеки *PyMC3*, *NumPy*, *NetworkX*). Сравнение эффективности подходов проводилось на основе стандартных метрик точности, таких как среднеквадратичная ошибка (RMSE) и средняя абсолютная процентная ошибка (MAPE) откалиброванных вероятностей дефолта по сравнению с истинными значениями, заложенными в симуляцию, как в стабильные периоды, так и в периоды системного стресса.

## Результаты и обсуждение

Центральной задачей при калибровке моделей кредитного риска является достижение максимальной точности оценок ключевых параметров, таких как вероятность дефолта (PD) и уровень потерь в случае дефолта (LGD). Однако точность не является единственным критерием; не менее важна робастность модели, ее способность давать стабильные и адекватные оценки в изменяющихся рыночных условиях, особенно в условиях стресса и при ограниченном объеме данных. В данном исследовании мы сравниваем байесовский и частотный подходы по этим критериям, анализируя их производительность как в стандартных, так и в шоковых рыночных условиях. Исходной точкой анализа является сравнение базовых оценок PD для портфеля компаний в период рыночной стабильности, когда дефолты являются действительно редкими и стохастически разрозненными событиями (табл. 1).

В условиях низкой волатильности и отсутствия системных шоков оба подхода дают сопоставимые результаты. Средняя оценка вероятности дефолта, полученная с помощью метода максимального правдоподобия, незначительно отличается от среднего значения апостериорного распределения, полученного байесовским методом. Это ожидаемый результат, поскольку при достаточном объеме данных и выполнении условий регулярности байесовские оценки сходятся к оценкам MLE. Однако уже на этом этапе проявляются концептуальные различия: частотный подход предоставляет 95% доверительный интервал, который интерпретируется как интервал, который с вероятностью 95% накроет истинное значение параметра при многократном повторении выборки [Пехтерев, Домашенко, Гусева, 2019]. Байесовский 95% правдоподобный интервал, в свою очередь, имеет более интуитивную интерпретацию: это интервал, в котором, согласно апостериорному распределению, истинное значение параметра находится с вероятностью 95%. Несколько большая ширина байесовского интервала отражает учет априорной неопределенности, что делает оценку более консервативной.

**Таблица 1 – Сравнительная оценка вероятности дефолта (PD) при стандартных рыночных условиях**

Показатель	Частотный подход (MLE)	Байесовский подход (MCMC)
Средняя годовая PD по портфелю, %	0.513	0.528
Стандартное отклонение оценок PD, %	0.124	0.141
95% доверительный/правдоподобный интервал для средней PD, %	[0.489; 0.537]	[0.481; 0.575]
Медианная PD, %	0.498	0.511

Анализ данных таблицы 1 показывает высокую степень согласованности между двумя подходами в "спокойных" рыночных условиях. Разница в средних оценках PD составляет всего 1.5 базисных пункта, что является статистически незначимым для большинства практических задач управления рисками. Стандартное отклонение оценок, полученных байесовским методом, на 13.7% выше, чем у частотного, что напрямую связано с большей шириной правдоподобного интервала. Эта дополнительная неопределенность, которую фиксирует байесовский метод, проистекает из объединения неопределенности данных (правдоподобия) и априорной неопределенности. В то время как частотный подход исходит из предположения о существовании единственного истинного значения параметра, байесовский подход рассматривает параметр как случайную величину, имеющую распределение. Этот нюанс делает байесовские оценки более устойчивыми к небольшим флуктуациям в данных, поскольку они естественным образом "сглаживаются" априорным распределением.

Наиболее значимые расхождения в производительности моделей проявляются при анализе редких, но крайне разрушительных шоковых событий. Мы смоделировали сценарий, в котором происходит внезапный крах крупного рыночного игрока, что вызывает резкий рост корреляций и волатильности на рынке. В такой ситуации количество дефолтов в выборке резко возрастает за короткий промежуток времени, создавая структурный сдвиг в данных [Пригодич, 2015]. Способность модели адекватно и быстро адаптироваться к таким изменениям является ключевым тестом ее эффективности (табл. 2).

**Таблица 2 – Оценка параметров кредитного риска в условиях редкого шокового события**

Показатель	Частотный подход (MLE)	Байесовский подход (MCMC)
Средняя PD после шока, %	8.745	6.912
95% доверительный/правдоподобный интервал для PD, %	[7.981; 9.509]	[5.877; 7.947]
Оценка корреляции активов (средняя по парам)	0.783	0.695
Стабильность оценок (коэфф. вариации PD до/после шока)	17.05	13.09

Данные таблицы 2 наглядно демонстрируют фундаментальные различия в реакции двух подходов на структурный шок. Оценка PD, полученная методом максимального правдоподобия, резко возрастает до 8.745%, что почти в 17 раз превышает базовый уровень. Такая высокая чувствительность объясняется тем, что MLE полностью полагается на наблюдаемые данные, и всплеск дефолтов в выборке приводит к немедленной и резкой переоценке риска. Байесовский подход демонстрирует более сдержанную реакцию: средняя апостериорная PD возрастает до 6.912%. Это происходит благодаря регуляризующему эффекту априорного распределения, которое "сдерживает" оценку от чрезмерной реакции на краткосрочный выброс в данных [Кулаков, Цагарейшвили, 2001]. Апостериорная оценка является взвешенным средним между

информацией из данных (правдоподобием) и априорной верой, поэтому она более инертна. Коэффициент вариации, рассчитанный как отношение оценки PD после шока к оценке до шока, для частотного подхода составляет 17.05, в то время как для байесовского — 13.09, что указывает на большую стабильность последнего. При этом правдоподобный интервал для байесовской оценки существенно расширяется, отражая возросшую неопределенность в системе, тогда как доверительный интервал MLE, хотя и смещается вверх, остается относительно узким, создавая иллюзию высокой точности оценки, которая на самом деле является артефактом переобучения на шоковых данных.

Ключевым аспектом системного риска является его распространение через сеть финансовых взаимосвязей. Дефолт одной компании может вызвать цепную реакцию, приводя к дефолтам ее контрагентов. Моделирование таких каскадных эффектов представляет собой серьезную проблему. Мы оценили, как оба подхода справляются с задачей оценки изменения PD контрагентов после гипотетического дефолта одной из узловых компаний (хаба) в смоделированной сети (табл. 3).

**Таблица 3 – Анализ каскадного эффекта: изменение PD контрагентов после гипотетического дефолта узловой компании**

Группа контрагентов	Базовая PD, %	Изменение PD (Частотный подход), п.п.	Изменение PD (Байесовский подход), п.п.
Контрагенты 1-го порядка (прямые связи)	0.814	+5.112	+6.237
Контрагенты 2-го порядка (связь через одного)	0.653	+1.879	+2.784
Среднее по сети (кроме узла)	0.513	+0.431	+0.956

Результаты, представленные в таблице 3, выявляют интересную динамику. Частотный подход, основанный на калибровке по историческим данным, фиксирует значительное увеличение риска для прямых контрагентов (рост PD на 5.112 процентных пункта), однако эффект быстро затухает по мере удаления от эпицентра шока. Байесовский подход, напротив, показывает более сильное и широкое распространение риска по сети. Увеличение PD для контрагентов 1-го порядка составляет 6.237 п.п., а для контрагентов 2-го порядка — 2.784 п.п., что почти на 48% выше, чем в частотной модели. Это объясняется тем, что байесовская иерархическая структура модели позволяет информации о дефолте узла эффективно обновлять апостериорные распределения параметров не только для прямых контрагентов, но и для всей сети через общие факторы и структуру зависимостей. Байесовская модель лучше улавливает нелинейные и косвенные каналы распространения риска. Среднее изменение PD по всей сети в байесовской модели более чем в два раза превышает показатель частотной модели, что свидетельствует о более адекватной оценке системного, а не только локального, эффекта дефолта.

Для итоговой оценки производительности моделей мы сравнили их точность с "истинными" значениями вероятностей дефолта, которые были заложены в симуляцию. В качестве метрик использовались среднеквадратичная ошибка (RMSE) и средняя абсолютная процентная ошибка (MAPE), рассчитанные как для всего периода, так и отдельно для стабильных и шоковых периодов (табл. 4).

Комплексный анализ точности, представленный в таблице 4, позволяет сделать окончательные выводы о сравнительной эффективности двух подходов. На протяжении всего

20-летнего периода моделирования байесовский подход демонстрирует заметно более высокую точность: его общая RMSE на 20.6% ниже, а MAPE — на 19.2% ниже, чем у частотного подхода. Интересно, что в стабильные периоды частотный подход показывает незначительно лучшую точность (RMSE ниже на 6.3%). Это объясняется тем, что MLE является несмещенной оценкой с минимальной дисперсией при выполнении условий регулярности, и в отсутствие структурных сдвигов он эффективно находит истинные параметры. Однако это преимущество полностью нивелируется в условиях стресса.

**Таблица 4 – Сравнительный анализ  
точности калибровки моделей (RMSE и MAPE)**

Период	Метрика	Частотный подход (MLE)	Байесовский подход (MCMC)
Весь период	RMSE, %	0.218	0.173
	MAPE, %	35.19	28.42
Стабильные периоды	RMSE, %	0.089	0.095
	MAPE, %	18.25	19.88
Шоковые периоды	RMSE, %	1.156	0.684
	MAPE, %	112.71	65.33

В шоковые периоды производительность частотной модели резко падает: RMSE возрастает до 1.156%, а MAPE достигает катастрофического уровня в 112.71%, что указывает на систематическую и значительную переоценку риска. Байесовская модель, напротив, проявляет гораздо большую робастность. Ее RMSE в шоковые периоды составляет 0.684%, что на 40.8% ниже, чем у конкурента, а MAPE (65.33%) хоть и высока, но значительно меньше, чем у MLE. Это подтверждает гипотезу о том, что регуляризирующий эффект априорных распределений и способность моделировать неопределенность через полные апостериорные распределения делают байесовский подход более надежным инструментом для калибровки моделей кредитного риска в условиях, характеризующихся наличием редких событий и системных шоков. Он жертвует незначительной долей точности в спокойные времена ради значительного выигрыша в робастности и адекватности в критические моменты, что является ключевым требованием для эффективного управления рисками.

## References

Проведенное исследование, посвященное сравнительному анализу байесовских и частотных подходов к калибровке структурных моделей кредитного риска, позволяет сделать ряд фундаментальных выводов, имеющих как теоретическую, так и практическую значимость. Было установлено, что в условиях рыночной стабильности и при наличии достаточного объема данных для калибровки оба методологических подхода демонстрируют сопоставимые результаты в части точечных оценок вероятности дефолта. Незначительное преимущество частотного подхода в точности в такие периоды является следствием его асимптотических свойств эффективности, однако оно нивелируется неспособностью адекватно отражать параметрическую неопределенность, что проявляется в более узких доверительных интервалах, создающих иллюзию точности.

Ключевые различия и преимущества байесовского подхода проявляются в условиях, которые представляют наибольшую угрозу для финансовой стабильности – при возникновении редких шоковых событий и распространении каскадных дефолтов в финансовых сетях. В этих

сценариях частотные модели, основанные на методе максимального правдоподобия, демонстрируют высокую волатильность и склонность к переобучению на краткосрочных всплесках дефолтов, что приводит к значительной переоценке рисков и низкой прогностической силе. Итоговая среднеквадратичная ошибка (RMSE) частотной модели в шоковые периоды оказалась на 69% выше, чем у байесовской модели, что является критическим показателем неадекватности.

Байесовский подход, благодаря своей способности интегрировать априорную информацию и представлять параметры в виде полных апостериорных распределений, проявил значительно большую робастность и стабильность. Регуляризующий эффект априорных распределений предотвращает чрезмерную реакцию модели на выбросы, обеспечивая более сглаженную и экономически обоснованную динамику оценок риска. Более того, иерархическая структура байесовских моделей оказалась более эффективным инструментом для моделирования распространения шоков по финансовой сети, улавливая не только прямые, но и косвенные каналы заражения. Это привело к более адекватной оценке системного риска, где среднее изменение PD по сети после дефолта узловой компании в байесовской модели было более чем в два раза выше, чем в частотной.

Перспективы применения полученных результатов лежат в области совершенствования практики управления рисками и пруденциального регулирования. Для финансовых институтов внедрение байесовских методов калибровки моделей внутреннего рейтинга (IRB-подход в рамках Базельских соглашений) может привести к более точному и устойчивому расчету регуляторного капитала, особенно в части резервов на непредвиденные убытки. Для центральных банков и регуляторов разработанные подходы могут стать основой для более совершенных стресс-тестов, позволяющих оценивать устойчивость финансовой системы не только к прямым шокам, но и к каскадным эффектам второго и третьего порядков. Дальнейшие исследования могут быть направлены на интеграцию методов машинного обучения для формирования информативных априорных распределений, а также на применение более сложных сетевых моделей, учитывающих динамическую природу межфирменных связей.

## Библиография

1. Андреев А.Ю. Динамическое моделирование кредитного риска банка в межбанковских отношениях: автореф. дис. канд. экон. наук. Московский государственный университет экономики, статистики и информатики (МЭСИ). Москва, 2009.
2. Бочаров В.П. Оценка надежности кредитных решений на основе результатов эконометрического моделирования. В сборнике: Экономическое прогнозирование: модели и методы: материалы IV Международной научно-практической конференции: в 2-х частях. Воронежский государственный университет; под общей редакцией В.В. Давниса. 2008. С. 247-249.
3. Галий Е.А., Хуссамов Р.Р. Анализ надежности и рисков в кредитных организациях в условиях мирового финансового кризиса. Казань, 2009.
4. Девайкина А.С. Моделирование кредитного риска коммерческого банка. В книге: Климатическая политика и низкоуглеродная экономика. Менеджмент. Социология. Экономика: Материалы 61-й Международной научной студенческой конференции. Новосибирск, 2023. С. 286.
5. Ермолина О.Н. Структура современной кредитной системы в Российской Федерации и ее развитие. В сборнике: Теоретические и прикладные исследования в области естественных и гуманитарных наук: Всероссийская научно-практическая конференция: сборник научных трудов. 2014. С. 175-180.
6. Кабушкин С.Н. Анализ и моделирование рисков ситуации изменения качества кредитного портфеля банка. Бухгалтерский учет и анализ. 2000. № 4 (40). С. 42-46.
7. Кришталь Г. Применение структурной модели для оценки совокупного финансового риска коммерческих банков. Вестник Киевского национального университета имени Тараса Шевченко. Экономика. 2016. № 178. С. 11-18.



8. Кулаков А.Е., Цагарейшвили Н.С. Синтез структуры активов и пассивов банка по квадратичным стохастическим моделям. *Финансы и кредит*. 2001. № 15 (87). С. 20-24.
9. Купрюшина О.М. Количественный и качественный подход к оценке кредитного риска банка. В сборнике: *Экономическое прогнозирование: модели и методы: материалы III Международной научно-практической конференции: в 2 частях*. Воронежский государственный университет и др.; ответственный редактор В.В. Давнис. 2007. С. 125-129.
10. Малюгин В.И., Гринь Н.В. Методы анализа кредитного риска на основе эконометрических моделей. В книге: *X Белорусская математическая конференция. Тезисы докладов*. 2008. С. 53-54.
11. Мартынов Е.А. К вопросу о структуре кредитно-банковской системы России. В сборнике: *Организационно-экономические и правовые проблемы тылового обеспечения органов внутренних дел и внутренних войск: Сборник научных статей по материалам межвузовской научно-практической конференции*. 2012. С. 152-156.
12. Нижникова Г.П., Бокадорова О.С. Классификация моделей кредитного риска. В сборнике: *Анализ, моделирование и прогнозирование экономических процессов: материалы I Международной научно-практической Интернет-конференции*. Воронежский государственный университет, Волгоградский государственный университет; Под редакцией: Л.Ю. Богачковой, В.В. Давниса. 2009. С. 269-272.
13. Пехтерев А.А., Домашенко Д.В., Гусева И.А. Моделирование трендов динамики объема и структуры накопленной кредитной задолженности в банковской системе. *Компьютерные исследования и моделирование*. 2019. Т. 11. № 5. С. 965-978.
14. Поморина М.А., Синева И.С., Шевченко Е.С. Использование рейтинговых моделей в системе оценки кредитного риска. *Банковское кредитование*. 2013. № 5. С. 32-38.
15. Пригодич И.А. Структура управления рисками банка. В сборнике: *Теоретические и прикладные исследования социально-экономических систем в условиях интеграции России в мировую экономику: Материалы IV Международной заочной научно-практической конференции*. 2015. С. 509-513.

## **Bayesian and Frequentist Approaches to Calibrating Structural Credit Risk Models Considering Rare Default Events and Correlation Cascades in Financial Networks**

**Milana G. Uspaeva**

PhD in Economics, Associate Professor,  
Department of Finance, Credit, and Antimonopoly Regulation,  
A.A. Kadyrov Chechen State University,  
364906, 33, Kievskaya str., Grozny, Russian Federation;  
e-mail: mguspaeva@mail.ru

**Akhmed M. Gachaev**

Associate Professor,  
Department of Higher and Applied Mathematics,  
M.D. Millionshchikov Grozny State Oil Technical University,  
364051, 100, Isaeva ave., Grozny, Russian Federation;  
e-mail: Gachaev-chr@mail.ru

### **Abstract**

The article conducts a comparative analysis of Bayesian and frequentist approaches to calibrating structural credit risk models under conditions of rare default events and correlation cascades in financial networks. Based on a synthetic panel dataset generated by the Monte Carlo method for a network of 500 interconnected companies over a 20-year period, the influence of the chosen parameter estimation methodology on the accuracy and robustness of predicted default

probabilities (PD) is investigated. The extended structural model considers both fundamental issuer characteristics (asset value dynamics, debt load) and network effects, where a counterparty default triggers cascading losses for connected companies. The frequentist approach is implemented via maximum likelihood estimation, while the Bayesian approach is based on a hierarchical setup and parameter estimation using MCMC algorithms (Gibbs, Metropolis-Hastings) with weakly informative prior distributions. The comparison is conducted using standard accuracy metrics (RMSE, MAPE) during stable and shock periods, as well as based on the nature of model responses to structural shifts and rare events. It is shown that under normal market conditions, both approaches provide comparable point estimates of PD; however, during stress periods, frequentist estimates exhibit increased volatility and a tendency to overestimate risk, whereas the Bayesian model demonstrates greater stability and better reflects the systemic nature of risk in the network. The obtained results emphasize the practical significance of Bayesian methods for calibrating credit risk models and stress-testing financial systems.

### For citation

Uspaeva M.G., Gachaev A.M. (2025) Bayyesovskiye i chastotnyye podkhody k kalibrovke strukturnykh modeley kreditnogo riska s uchedom redkikh defol'tnykh sobytiy i korrelyatsionnykh kaskadov v finansovykh setyakh [Bayesian and Frequentist Approaches to Calibrating Structural Credit Risk Models Considering Rare Default Events and Correlation Cascades in Financial Networks]. *Ekonomika: vchera, segodnya, zavtra* [Economics: Yesterday, Today and Tomorrow], 15 (11A), pp. 339-349. DOI: 10.34670/AR.2026.19.92.049

### Keywords

Credit risk, structural models, Bayesian approach, frequentist approach, rare default events, financial networks, correlation cascades, stress testing, systemic risk, research methodology, risk management.

### References

1. Andreev, A. Yu. (2009). *Dinamicheskoe modelirovanie kreditnogo riska banka v mezhhbankovskikh otnosheniyakh* [Dynamic modeling of bank credit risk in interbank relations]. (Abstract of Cand. Econ. Sci. dissertation). Moscow State University of Economics, Statistics and Informatics (MESI).
2. Bocharov, V. P. (2008). Otsenka nadezhnosti kreditnykh reshenii na osnove rezultatov ekonometricheskogo modelirovaniya [Evaluation of the reliability of credit decisions based on the results of econometric modeling]. In V. V. Davnis (Ed.), *Ekonomicheskoe prognozirovanie: modeli i metody* [Economic forecasting: Models and methods]: Materials of the IV International Scientific and Practical Conference (Vol. 2, pp. 247–249). Voronezh State University.
3. Devaykina, A. S. (2023). Modelirovanie kreditnogo riska kommercheskogo banka [Modeling of credit risk of a commercial bank]. In *Klimaticheskaya politika i nizkouglerodnaya ekonomika. Menedzhment. Sotsiologiya. Ekonomika* [Climate policy and low-carbon economy. Management. Sociology. Economics]: Materials of the 61st International Scientific Student Conference (p. 286).
4. Ermolina, O. N. (2014). Struktura sovremennoi kreditnoi sistemy v Rossiiskoi Federatsii i ee razvitie [The structure of the modern credit system in the Russian Federation and its development]. In *Teoreticheskie i prikladnye issledovaniya v oblasti estestvennykh i gumanitarnykh nauk* [Theoretical and applied research in the field of natural and human sciences]: All-Russian scientific and practical conference: Collection of scientific papers (pp. 175–180).
5. Galiy, E. A., & Khussamov, R. R. (2009). *Analiz nadezhnosti i riskov v kreditnykh organizatsiyakh v usloviyakh mirovogo finansovogo krizisa* [Analysis of reliability and risks in credit institutions under the conditions of the global financial crisis]. Kazan.
6. Kabushkin, S. N. (2000). Analiz i modelirovanie riskovoi situatsii izmeneniya kachestva kreditnogo portfelya banka [Analysis and modeling of the risk situation associated with changes in the quality of a bank's credit portfolio]. *Bukhgalterskii uchet i analiz* [Accounting and Analysis], 4(40), 42–46.

7. Krishtal, G. (2016). Primenenie strukturnoi modeli dlya otsenki sovokupnogo finansovogo riska kommercheskikh bankov [Application of a structural model for assessing the aggregate financial risk of commercial banks]. *Visnyk Kyivskoho natsionalnoho universytetu imeni Tarasa Shevchenka. Ekonomika* [Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Economics], (178), 11–18.
8. Kulakov, A. E., & Tsagareishvili, N. S. (2001). Sintez struktury aktivov i passivov banka po kvadrachnym stokhasticheskim modelyam [Synthesis of the structure of a bank's assets and liabilities using quadratic stochastic models]. *Finansy i kredit* [Finance and Credit], (15/87), 20–24.
9. Kupryushina, O. M. (2007). Kolichestvennyi i kachestvennyi podkhod k otsenke kreditnogo riska banka [Quantitative and qualitative approach to assessing a bank's credit risk]. In V. V. Davnis (Ed.), *Ekonomicheskoe prognozirovanie: modeli i metody* [Economic forecasting: Models and methods]: Materials of the III International Scientific and Practical Conference (Vol. 2, pp. 125–129). Voronezh State University.
10. Malyugin, V. I., & Grin, N. V. (2008). Metody analiza kreditnogo riska na osnove ekonometricheskikh modelei [Methods of credit risk analysis based on econometric models]. In *X Belarusian Mathematical Conference. Abstracts* (pp. 53–54).
11. Martynov, E. A. (2012). K voprosu o strukture kreditno-bankovskoi sistemy Rossii [On the issue of the structure of the credit and banking system of Russia]. In *Organizatsionno-ekonomicheskie i pravovye problemy tylovoogo obespecheniya organov vnutrennikh del i vnutrennikh voisk* [Organizational, economic and legal problems of logistical support for internal affairs bodies and internal troops]: Collection of scientific articles based on the materials of an interuniversity scientific and practical conference (pp. 152–156).
12. Nizhnikova, G. P., & Bokadorova, O. S. (2009). Klassifikatsiya modelei kreditnogo riska [Classification of credit risk models]. In L. Yu. Bogachkova & V. V. Davnis (Eds.), *Analiz, modelirovanie i prognozirovanie ekonomicheskikh protsessov* [Analysis, modeling and forecasting of economic processes]: Materials of the I International Scientific and Practical Internet Conference (pp. 269–272). Voronezh State University; Volgograd State University.
13. Pekhterev, A. A., Domashchenko, D. V., & Guseva, I. A. (2019). Modelirovanie trendov dinamiki obema i struktury nakoplennoi kreditnoi zadolzhennosti v bankovskoi sisteme [Modeling trends in the dynamics of the volume and structure of accumulated credit debt in the banking system]. *Kompyuternye issledovaniya i modelirovanie* [Computer Research and Modeling], 11(5), 965–978. <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2019-11-5-965-978>
14. Pomorina, M. A., Sineva, I. S., & Shevchenko, E. S. (2013). Ispolzovanie reitingovykh modelei v sisteme otsenki kreditnogo riska [The use of rating models in the system of credit risk assessment]. *Bankovskoe kreditovanie* [Bank Lending], (5), 32–38.
15. Prigodich, I. A. (2015). Struktura upravleniya riskami banka [The structure of bank risk management]. In *Teoreticheskie i prikladnye issledovaniya sotsialno-ekonomicheskikh sistem v usloviyakh integratsii Rossii v mirovuyu ekonomiku* [Theoretical and applied research of socio-economic systems under the conditions of Russia's integration into the world economy]: Materials of the IV International Correspondence Scientific and Practical Conference (pp. 509–513).