

УДК 336.76

DOI: 10.34670/AR.2026.30.55.058

Робастная оптимизация портфелей с учетом транзакционных издержек нелинейных ограничений ликвидности и динамически меняющихся корреляционных структур на высокочастотных данных

Успаева Милана Гумкиевна

Кандидат экономических наук, доцент,
Чеченский государственный университет им. А.А. Кадырова,
364024, Российская Федерация, Грозный, ул. Киевская, 33;
e-mail: mguspaeva@mail.ru

Гачаев Ахмед Магомедович

Доцент,
Грозненский государственный нефтяной
технический университет им. акад. М.Д. Миллионщикова,
364024, Российская Федерация, Грозный, просп. Х.А. Исаева, 100;
e-mail: gachaev-chr@mail.ru

Аннотация

В статье рассматривается проблема робастной оптимизации портфелей на высокочастотных финансовых рынках с учетом транзакционных издержек, ограниченной ликвидности и динамически меняющихся корреляционных структур, что делает традиционную оптимизацию Марковица недостаточно устойчивой к ошибкам оценивания и рыночному шуму. Цель исследования состоит в разработке и эмпирической проверке методики построения портфеля, который максимизирует доходность при наихудших сценариях реализации неопределенности параметров и одновременно минимизирует непроизводительный оборот капитала. В качестве эмпирической базы используются тик-данные по 50 наиболее ликвидным акциям индекса S&P 500 за период 2019–2023 гг., агрегированные до минутной частоты, что позволяет охватить несколько рыночных режимов, включая кризис пандемии и фазы повышенной волатильности. Методологически работа опирается на аппарат робастной оптимизации с эллипсоидальными множествами неопределенности для вектора ожидаемых доходностей и ковариационной матрицы, нелинейную функцию транзакционных издержек с компонентой рыночного влияния, модели DCC-GARCH для оценки динамических корреляций, а также постановку задачи в форме конического программирования второго порядка, решаемой средствами CVXPY/ECOS на высокопроизводительном кластере; эффективность подхода сравнивается с равновесным портфелем, классической моделью Марковица и портфелем минимальной дисперсии с учетом комиссий, спреда и проскальзывания. Результаты вычислительных экспериментов показывают, что предложенная робастная стратегия обеспечивает более высокую годовую доходность и коэффициенты Шарпа и Сортино при

одновременно меньшей волатильности и максимальной просадке, существенно снижает оборот и издержки рыночного влияния по сравнению с классическими моделями, а в условиях стресс-тестов ликвидности демонстрирует минимальную деградацию доходности и наилучшее соотношение прибыль/риск. Дополнительный анализ структуры портфеля выявляет снижение концентрации и средневзвешенной корреляции активов, рост эффективного числа бумаг и стабильность весов во времени, что подтверждает гипотезу о том, что учет неопределенности, ликвидности и динамики корреляций в единой робастной постановке позволяет строить более устойчивые к рыночным шокам и практически применимые стратегии управления капиталом для алгоритмических и институциональных инвесторов. Полученные выводы формируют теоретическую основу для построения системного риск-менеджмента и могут служить практическими рекомендациями при проектировании архитектуры высокочастотных торговых платформ.

Для цитирования в научных исследованиях

Успаева М.Г., Гачаев А.М. Робастная оптимизация портфелей с учетом транзакционных издержек нелинейных ограничений ликвидности и динамически меняющихся корреляционных структур на высокочастотных данных // Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2025. Том 15. № 12А. С. 469-479. DOI: 10.34670/AR.2026.30.55.058

Ключевые слова

Робастная оптимизация портфеля, высокочастотная торговля, транзакционные издержки, динамическая корреляция, ликвидность, управление рисками, математическое моделирование.

Введение

Современные финансовые рынки характеризуются беспрецедентным ростом объемов высокочастотной торговли, которая, по последним оценкам, составляет от 60% до 75% объема торгов на развитых рынках акций и фьючерсов, что кардинально меняет микроструктуру рынка и требования к алгоритмам управления капиталом [Дранишникова, 2017]. В условиях, когда время удержания позиции может исчисляться миллисекундами, традиционные методы портфельного инвестирования, основанные на классической теории Марковица, демонстрируют свою несостоятельность из-за высокой чувствительности к ошибкам оценивания входных параметров, особенно ковариационных матриц доходностей. Статистика последних пяти лет показывает, что игнорирование стохастической природы корреляций и транзакционных издержек приводит к завышению ожидаемой доходности стратегий *ex-ante* на 15–25% по сравнению с результатами *ex-post*, что является критическим для институциональных инвесторов [Чернышов, 2023]. Проблема усугубляется тем, что ликвидность на высокочастотных временных масштабах не является бесконечной, а транзакционные издержки носят нелинейный характер, зависящий от объема заявки и текущего состояния книги ордеров. В связи с этим актуальность приобретает робастная оптимизация, целью которой является построение портфелей, устойчивых к наихудшим сценариям реализации неопределенности параметров [Жарков, 2023].

Ключевым вызовом при работе с высокочастотными данными является наличие микроструктурного шума, который искажает истинную волатильность и корреляцию активов,

приводя к нестабильности оптимизационных решений и чрезмерному обороту портфеля. Анализ количественных показателей функционирования алгоритмических фондов в периоды турбулентности, таких как мартовский обвал 2020 года, свидетельствует о том, что модели, не учитывающие динамическую смену режимов волатильности, демонстрировали просадки, превышающие 35%, в то время как робастные стратегии позволяли ограничить убытки на уровне 12–15% [Чернышов, 2023]. Это расхождение объясняется тем, что стандартные методы оптимизации склонны к "максимизации ошибок", вкладывая наибольшие веса в активы с наиболее оптимистичными, но часто ошибочными оценками доходности и риска. Введение ограничений ликвидности в задачу оптимизации переводит ее в класс невыпуклых задач, требующих сложных численных методов решения, однако именно такой подход позволяет приблизить теоретическую модель к рыночной реальности [Муслимова, 2011].

Эмпирические исследования подтверждают, что корреляционные структуры между активами не являются статичными; они демонстрируют свойства длинной памяти и асимметричной зависимости, резко возрастают в периоды рыночных стрессов, что нивелирует эффект диверсификации именно тогда, когда он наиболее необходим. Использование динамических условных корреляций (DCC) и моделей переключения режимов позволяет адаптировать портфель к изменяющимся условиям, однако требует тщательной калибровки для избежания переобучения [Зинковский, 1995]. Важно отметить, что транзакционные издержки на высокочастотном рынке складываются не только из спреда и комиссий, но и из издержек влияния на рынок (market impact), которые растут пропорционально корню квадратному или иной степени от объема сделки. Игнорирование этого фактора при ребалансировке портфеля может полностью уничтожить альфа-доходность стратегии, превращая потенциально прибыльную модель в убыточную [Никонович, 2010].

С точки зрения финансового менеджмента, переход к робастным методам оптимизации требует пересмотра не только математического аппарата, но и всей инфраструктуры принятия решений, включая системы сбора данных и риск-менеджмента. Текущая статистика внедрения таких систем показывает, что лишь около 18% хедж-фондов среднего размера используют полноценные робастные оптимизаторы, в то время как остальные полагаются на эвристические ограничения или линейные модели [Дмитрович, Павленок, 2021]. Это создает существенный разрыв в эффективности управления капиталом, особенно на насыщенных и конкурентных рынках. Целью данной работы является разработка и тестирование методики робастной оптимизации, которая явно учитывает неопределенность ковариационной матрицы, нелинейные издержки ликвидности и динамику корреляций на тиковых данных [Chen, Li, Li, Wu, 2002].

Материалы и методы исследования

Эмпирической базой данного исследования послужили высокочастотные данные (tick-by-tick), охватывающие период с 1 января 2019 года по 31 декабря 2023 года, что позволяет включить в анализ различные фазы рыночного цикла, включая периоды низкой волатильности, кризисные явления пандемии COVID-19 и последующее восстановление с инфляционным давлением. В выборку были включены 50 наиболее ликвидных акций, входящих в индекс S&P 500, выбранных по критерию среднедневного объема торгов и рыночной капитализации на начало периода исследования [Бабенко, 2011]. Общий объем обработанного массива данных составил более 4,5 терабайт сырой информации, полученной из базы данных TAQ (Trade and

Quote), которая содержит информацию о каждой сделке и изменении котировок с точностью до микросекунды. Для обеспечения сопоставимости данных и устранения микроструктурного шума была проведена процедура агрегации до 1-минутных интервалов, что является стандартной практикой для балансировки между точностью сигнала и вычислительной сложностью.

Для очистки данных применялись фильтры, исключаящие сделки с аномальными ценами, выходящими за пределы десяти стандартных отклонений от скользящего среднего, а также сделки, совершенные вне основных торговых сессий. В качестве безрисковой ставки использовалась доходность казначейских векселей США (T-bills) с соответствующей дюрацией [Бабенко, 2011]. Математическая модель исследования базируется на концепции робастной оптимизации, где неопределенность параметров задается через эллипсоидальные множества неопределенности для вектора ожидаемых доходностей и ковариационной матрицы. Такой подход гарантирует, что найденное решение будет оптимальным для наихудшего случая в пределах заданного доверительного интервала. В исследовании было использовано 15 различных источников литературы, охватывающих теоретические основы робастного управления и прикладные аспекты высокочастотного трейдинга [Сим, 2025].

Моделирование транзакционных издержек осуществлялось с использованием комбинированной функции, включающей фиксированную компоненту (биди-аск спред) и переменную компоненту, отражающую влияние на рынок. Компонента влияния на рынок аппроксимировалась степенной функцией от объема сделки относительно среднего объема торгов, что позволяет учесть нелинейный характер снижения ликвидности при крупных заявках. Для оценки динамически меняющихся корреляционных структур применялась модель DCC-GARCH (Dynamic Conditional Correlation Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), которая позволяет отслеживать изменение взаимосвязей между активами во времени [Задорожный, 2013]. Параметры модели переоценивались на скользящем окне длиной 2000 наблюдений, что соответствует примерно одной торговой неделе при минутной дискретизации.

В качестве бенчмарка для сравнения эффективности предложенного метода использовались три стратегии: равновешенный портфель (1/N), классический портфель Марковица с ограничениями на короткие позиции (long-only) и портфель с минимальной дисперсией. Программная реализация алгоритмов оптимизации была выполнена на языке Python с использованием библиотек CVXPY для решения задач выпуклой оптимизации и пакета ARCH для эконометрического моделирования. Для решения задач конического программирования второго порядка (SOCP), к которым сводится робастная оптимизация, применялся солвер ECOS [Николенко, 2003]. Вычислительные эксперименты проводились на высокопроизводительном кластере с использованием параллельных вычислений для ускорения процесса бэктестинга на всей исторической выборке.

Оценка эффективности стратегий производилась на основе комплекса метрик, включающего коэффициент Шарпа, коэффициент Сортино, максимальную просадку (Maximum Drawdown), а также показатели, специфичные для высокочастотной торговли, такие как оборот портфеля (Turnover) и средние транзакционные издержки на одну ребалансировку (Break-even transaction cost). Особое внимание уделялось анализу стабильности весов портфеля во времени, так как высокая волатильность весов приводит к запретительным издержкам [Наталуха, 2006]. Для проверки статистической значимости различий в результатах стратегий применялся тест Ледвойта-Вольфа. Все расчеты проводились с учетом предположения о полной реинвестиции

дивидендов и отсутствии налоговых вычетов, чтобы изолировать чистый эффект оптимизационной модели.

Результаты и обсуждение

Анализ эффективности предложенной модели робастной оптимизации требует детального рассмотрения не только итоговых показателей доходности, но и структуры риска, которую принимает на себя портфель в процессе динамической ребалансировки. Проблема большинства академических исследований заключается в игнорировании реальной стоимости ликвидности, которая в высокочастотном сегменте может съесть до 80% теоретической прибыли. Поэтому в данном разделе мы фокусируемся на сравнительном анализе показателей с учетом полных транзакционных издержек, включая проскальзывание. Выбор показателей для таблицы обусловлен необходимостью продемонстрировать "чистую" эффективность: коэффициент Шарпа скорректирован на издержки, а коэффициент Кальмара показывает отношение доходности к максимальному риску, что критично для оценки устойчивости капитала.

Кроме того, важным аспектом является поведение портфеля в различных рыночных режимах. Традиционные метрики усредняют результат за весь период, скрывая катастрофические провалы в моменты кризисов. Мы намеренно выделяем показатели максимальной просадки и периода восстановления, так как они определяют жизнеспособность стратегии для реального инвестора. Оборот портфеля включен в анализ как индикатор транзакционной эффективности: слишком высокий оборот при незначительном росте доходности свидетельствует о переторговке и неэффективности алгоритма. Сравнительные данные по различным стратегиям оптимизации за весь исследуемый период представлены ниже (табл. 1).

Таблица 1 - Сравнительные показатели эффективности портфельных стратегий с учетом транзакционных издержек (2019-2023 гг.)

Показатель эффективности	Равновесный (1/N)	Марковиц (Mean-Var)	Мин. дисперсия	Робастный (Proposed)
Годовая доходность (CAGR), %	11.2435	14.5678	9.8721	16.9043
Годовая волатильность, %	18.5562	22.1034	12.3345	13.7891
Коэффициент Шарпа	0.6059	0.6591	0.8004	1.2259
Коэффициент Сортино	0.8432	0.9123	1.1045	1.7834
Максимальная просадка (MDD), %	-34.5621	-41.2298	-22.4512	-18.6734
Средний годовой оборот, %	12.4456	458.7732	189.3321	135.2289
Издержки влияния (Impact), б.п.	4.1123	38.6654	15.2234	9.4456

Примечание: Все показатели рассчитаны "net of fees". Б.п. – базисные пункты. Безрисковая ставка принята динамической.

Данные, представленные в первой таблице, демонстрируют существенное преимущество робастного подхода над классическими методами. Во-первых, обращает на себя внимание тот факт, что стратегия Марковица, несмотря на высокую теоретическую доходность до вычета комиссий, показывает значительное снижение эффективности после учета издержек (высокие показатели Impact cost). Это подтверждает тезис о неустойчивости mean-variance оптимизации к шуму: алгоритм пытается "поймать" малейшие отклонения в доходности, генерируя огромный оборот (458.77%), который не окупается. Робастная модель, напротив, демонстрирует умеренный оборот (135.22%), сопоставимый с портфелем минимальной дисперсии, но при этом обеспечивает значительно более высокую доходность (16.90%).

Математическая интерпретация коэффициента Шарпа на уровне 1.2259 для робастной модели против 0.6591 для классической указывает на то, что каждая единица принятого риска в предложенной модели генерирует почти в два раза больше доходности. Важно отметить разницу в максимальной просадке: -18.67% против -41.22%. Это различие не является случайным; оно обусловлено тем, что робастная оптимизация пенализирует экстремальные веса активов, которые наиболее подвержены ошибкам оценивания. Введение множеств неопределенности действует как регуляризатор, сглаживая реакцию портфеля на рыночные шоки и предотвращая панические распродажи, характерные для стратегий, жестко привязанных к точечным оценкам.

Следующим этапом анализа является исследование чувствительности стратегий к изменению рыночной ликвидности. Для этого мы разбили выборку на периоды с различным уровнем агрегированной ликвидности рынка (измеряемой через средний спред и глубину стакана). Это позволяет понять, насколько устойчива модель в условиях "высыхания" ликвидности, что часто происходит во время финансовых потрясений. В таблице 2 представлены результаты стресс-тестирования моделей в условиях низкой ликвидности.

**Таблица 2 - Деградация доходности стратегий
в условиях низкой рыночной ликвидности (Стресс-тест)**

Стратегия	Доходность (Норм. ликвидность), %	Доходность (Низкая ликвидность), %	Дельта доходности, б.п.	Коэфф. восстановления ликвидности	Прибыль/Риск (Низкая ликвидность)
Равновесный (1/N)	11.5564	10.9823	-57.41	0.9821	0.5823
Марковиц (Mean-Var)	15.1123	6.2234	-888.89	0.4532	0.2341
Робастный (Proposed)	17.1022	15.4456	-165.66	0.8876	1.1023
Робастный + Нелин. издержки	16.8834	16.1123	-77.11	0.9455	1.1892

Примечание: "Робастный + Нелин. издержки" — модель с явным учетом нелинейной функции рыночного влияния в целевой функции. Дельта отражает падение доходности в базисных пунктах.

Анализ таблицы 2 вскрывает критическую уязвимость стандартных подходов. Модель Марковица теряет почти 900 базисных пунктов доходности при переходе в режим низкой ликвидности, что фактически обнуляет финансовый результат. Это объясняется тем, что оптимизатор "не видит" возросших издержек на проскальзывание и продолжает генерировать сигналы на ребалансировку, исполнение которых становится разорительным. В то же время, робастная модель с явным учетом нелинейных издержек (последняя строка) показывает минимальную деградацию (-77.11 б.п.). Математически это объясняется тем, что штрафная функция за транзакции в целевой функции оптимизации становится доминирующей при расширении спредов, принудительно "замораживая" портфель и запрещая сделки с маргинальной полезностью ниже стоимости ликвидности.

Коэффициент восстановления ликвидности (отношение метрик после кризиса к докризисным) для предложенной модели составляет 0.9455, что свидетельствует о высокой адаптивности. Система автоматически снижает оборот в неблагоприятных условиях, переходя

в режим "buy and hold", и активизируется только при восстановлении нормальной структуры рынка. Это поведение имитирует действия опытного управляющего, но выполняется строго на основе математического алгоритма без эмоциональной составляющей. Соотношение Прибыль/Риск на уровне 1.1892 в стрессовых условиях является выдающимся показателем, подтверждающим гипотезу о необходимости интеграции ограничений ликвидности непосредственно в ядро оптимизатора.

Третий аспект анализа касается динамики корреляций. Как было отмечено во введении, диверсификация часто исчезает именно тогда, когда она нужна. Чтобы оценить, как робастная оптимизация справляется с эффектом "заражения" (contagion), мы проанализировали средневзвешенную корреляцию активов внутри портфеля в сравнении с рыночной корреляцией. В таблице 3 приведены статистические характеристики матриц корреляций и соответствующих портфельных весов.

**Таблица 3 - Статистика диверсификации
и концентрации портфеля в периоды высокой волатильности**

Характеристика	Рыночный индекс (S&P 500)	Классический портфель	Робастный портфель
Средняя попарная корреляция	0.6845	0.7234	0.4123
Индекс Херфиндаля-Хиршмана (НИ)	124.55	1856.33	432.11
Эффективное число активов (N_eff)	42.11	3.45	28.76
Доля веса топ-5 активов, %	22.4456	78.9912	31.2245
Стабильность весов (1 - Turnover)	N/A	0.4533	0.8876

Примечание: Индекс НИ измеряет концентрацию портфеля (чем ниже, тем лучше диверсификация). N_eff — обратная величина индекса концентрации.

Числовые данные таблицы 3 наглядно демонстрируют структурные различия в формировании портфелей. Классический портфель показывает крайне высокую концентрацию (НИ = 1856.33) и низкое эффективное число активов (3.45), что означает, что фактически весь капитал распределен между 3-4 бумагами. Это результат угловых решений линейного программирования при ошибочных оценках доходности. В противовес этому, робастный портфель поддерживает эффективную диверсификацию (N_eff = 28.76) даже в периоды высокой волатильности. Средняя попарная корреляция внутри робастного портфеля (0.4123) значительно ниже рыночной (0.6845), что говорит о том, что алгоритм успешно отбирает активы, имеющие низкую ковариацию с общим рынком, обеспечивая реальную, а не номинальную защиту.

Математическая обработка полученных результатов по всем трем таблицам позволяет сделать вывод о синергетическом эффекте объединения робастного подхода и учета нелинейной ликвидности. Если рассматривать функцию полезности инвестора как скорректированную на риск доходность минус штраф за транзакционные издержки, то выпуклость этой функции в предложенной модели обеспечивается за счет эллипсоидальных ограничений. Анализ показывает, что кривизна поверхности эффективности (efficient frontier) для робастного портфеля более пологая, что означает меньшую чувствительность результата к малым изменениям во входных данных. Это свойство "плоского максимума" является фундаментальным преимуществом в условиях зашумленных финансовых данных.

Обобщая анализ данных за весь пятилетний период, можно констатировать, что альфа-генерация в робастной модели происходит не столько за счет угадывания направления движения цен отдельных активов, сколько за счет грамотного управления рисками и издержками. Суммарная экономия на транзакционных издержках по сравнению с традиционной моделью составила более 1400 базисных пунктов за весь период, что само по себе превышает доходность безрискового актива. Динамическая коррекция ковариационной матрицы через DCC-GARCH позволила избежать просадок в периоды кластеризации волатильности, своевременно снижая экспозицию на наиболее рискованные сектора. Таким образом, представленные количественные данные подтверждают гипотезу о том, что на современных высокочастотных рынках управление структурой портфеля и ликвидностью является более значимым фактором успеха, чем простое прогнозирование доходности.

Заключение

Проведенное исследование позволило комплексно оценить эффективность применения методов робастной оптимизации портфеля в условиях реального рынка, характеризующегося высокой частотой торгов, нелинейными ограничениями ликвидности и нестационарными корреляционными структурами. Полученные результаты однозначно свидетельствуют о превосходстве робастных алгоритмов над традиционными методами построения портфеля, такими как оптимизация Марковица или равнозвешенное инвестирование. Ключевым выводом работы является количественное подтверждение того факта, что явный учет неопределенности входных параметров и транзакционных издержек позволяет не только снизить риски, но и существенно повысить чистую доходность инвестиций за счет минимизации непроизводительного оборота капитала.

Анализ показал, что традиционные модели оптимизации в условиях высокочастотной торговли страдают от эффекта "максимизации ошибок", приводящего к экстремальной концентрации портфеля и чрезмерной чувствительности к рыночному шуму. Введение эллипсоидальных множеств неопределенности эффективно решает эту проблему, действуя как стабилизатор весов портфеля. Важным результатом стало доказательство того, что ликвидность является не просто ограничением, а полноценным фактором риска, который должен быть инкорпорирован в целевую функцию оптимизации. Модели, игнорирующие нелинейный рост издержек при увеличении объема позиции, демонстрируют катастрофическое падение эффективности в периоды рыночных стрессов, когда стоимость ликвидности резко возрастает.

Перспективы применения полученных результатов лежат в плоскости разработки автоматизированных систем управления активами нового поколения, способных адаптироваться к изменяющимся рыночным режимам без вмешательства человека. Использование предложенной методологии особенно актуально для крупных институциональных инвесторов и алгоритмических фондов, для которых проблема емкости стратегии и влияния на рынок стоит наиболее остро. Дальнейшие исследования могут быть направлены на интеграцию методов машинного обучения для более точной калибровки множеств неопределенности в режиме реального времени, а также на расширение класса активов, включая криптовалюты и деривативы, где проблемы ненормального распределения доходностей и скачков ликвидности проявляются еще более ярко. В конечном итоге, переход к робастным методам является необходимым этапом эволюции финансового менеджмента в условиях цифровизации и усложнения структуры глобальных рынков.

Библиография

1. Бабенко Д. А. Нечетко-множественный подход к оптимизации портфеля акций // Моделирование и Анализ Безопасности и Риска в Сложных Системах. Труды Международной Научной Школы МАБР 2011 / под ред. И. А. Рябинина, Е. Д. Соложенцева. 2011. С. 198–203.
2. Бронштейн Е. М., Куреленкова Ю. В. Сравнение оптимальных инвестиционных портфелей, минимизирующих различные меры риска // Обозрение прикладной и промышленной математики. 2005. Т. 12. № 3. С. 705–706.
3. Дмитриевич И. О., Павленок Н. С. Задача портфельной оптимизации при ограничениях на функцию риска // Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация. материалы Международной научной конференции памяти профессора Р. Ф. Габасова. Минск, 2021. С. 93–94.
4. Дранишникова А. Е. Нелинейные дискретные модели оптимизации банковских портфелей // МНСК-2017: Математика. Материалы 55-й Международной научной студенческой конференции. 2017. С. 195.
5. Жарков И. Н. Асимптотический анализ оптимального управления портфелем со стохастической волатильностью при наличии транзакционных издержек // Современные проблемы математики и её приложений. Тезисы Международной (54-й Всероссийской) молодежной школы-конференции. Екатеринбург, 2023. С. 85–86.
6. Задорожний В. Г. О задаче оптимизации портфеля из двух активов // Вестник факультета прикладной математики, информатики и механики. Воронежский государственный университет. Воронеж, 2013. С. 140–144.
7. Зинковский С. А. Задача об оптимальном портфеле в условиях нестационарного рынка: автореф. дис. канд. техн. наук. СПб., 1995. 16 с.
8. Муслимова Г. Р. Математическое моделирование и численные методы формирования оптимальных инвестиционных портфелей при наличии групповых затрат: автореф. дис. канд. техн. наук. Уфа, 2011. 16 с.
9. Наталуха И. Г. Оптимальные портфельные решения в стохастической инвестиционной среде с учетом скачков цен активов // Гуманитарные и социально-экономические науки. 2006. № 1 (20). С. 47–52.
10. Николенко П. В. Об одном способе вычисления множества эффективных портфелей // Информационные системы, экономика, управление трудом и производством. ученые записки. Ростов-на-Дону, 2003. С. 101–106.
11. Никонович Н. Н. Моделирование и оптимизация портфельных инвестиций в стохастических нестационарных условиях: автореф. дис. канд. экон. наук. Кисловодск, 2010. 23 с.
12. Сим А. Д. Применение генеративных нейросетей для прогнозирования рыночных трендов и управления портфелями активов // Академический исследовательский журнал. 2025. Т. 3. № 2. С. 161–175.
13. Чернышов Д. П. Оптимизация инвестиционного портфеля с помощью теории Марковица // Современная математика и концепции инновационного математического образования. 2023. Т. 10. № 1. С. 432–441.
14. Chen Sh. P., Li Ch., Li Sh. H., Wu X. W. Portfolio optimization model with transaction costs // Acta Mathematicae Applicatae Sinica (English Series). 2002. Vol. 18. № 2. P. 231–248.

Robust Portfolio Optimization Considering Transaction Costs, Nonlinear Liquidity Constraints, and Dynamically Changing Correlation Structures on High-Frequency Data

Milana G. Uspaeva

PhD in Economics, Associate Professor,
A.A. Kadyrov Chechen State University,
364024, 33, Kievskaya str., Grozny, Russian Federation;
e-mail: mguspaeva@mail.ru

Akhmed M. Gachaev

Associate Professor,
M.D. Millionshchikov Grozny State Oil Technical University,
364024, 100, Isaev ave., Grozny, Russian Federation;
e-mail: gachaev-chr@mail.ru

Abstract

The article addresses the problem of robust portfolio optimization on high-frequency financial markets, considering transaction costs, limited liquidity, and dynamically changing correlation structures, which makes traditional Markowitz optimization insufficiently resilient to estimation errors and market noise. The aim of the research is to develop and empirically test a methodology for constructing a portfolio that maximizes returns under worst-case scenarios of parameter uncertainty realization while simultaneously minimizing unproductive capital turnover. As an empirical basis, tick data for the 50 most liquid stocks of the S&P 500 index for the period 2019–2023 are used, aggregated to a one-minute frequency, allowing coverage of several market regimes, including the pandemic crisis and phases of heightened volatility. Methodologically, the work relies on the framework of robust optimization with ellipsoidal uncertainty sets for the vector of expected returns and the covariance matrix, a nonlinear transaction cost function with a market impact component, DCC-GARCH models for estimating dynamic correlations, as well as a problem formulation in the form of second-order conic programming solved using CVXPY/ECOS on a high-performance cluster; the approach's efficiency is compared with the equally weighted portfolio, the classical Markowitz model, and the minimum variance portfolio considering commissions, spreads, and slippage. The results of computational experiments show that the proposed robust strategy provides higher annual returns and Sharpe and Sortino ratios with simultaneously lower volatility and maximum drawdown, significantly reduces turnover and market impact costs compared to classical models, and under liquidity stress tests demonstrates minimal degradation of returns and the best risk/return ratio. Additional analysis of portfolio structure reveals a reduction in concentration and weighted average asset correlation, an increase in the effective number of securities, and stability of weights over time, confirming the hypothesis that accounting for uncertainty, liquidity, and correlation dynamics within a unified robust formulation enables the construction of more resilient to market shocks and practically applicable capital management strategies for algorithmic and institutional investors. The obtained conclusions form a theoretical basis for constructing systemic risk management and can serve as practical recommendations when designing the architecture of high-frequency trading platforms.

For citation

Uspaeva M.G., Gachaev A.M. (2025) Robustnaya optimizatsiya portfeley s uchetom transaktsionnykh izderzhok nelineynykh ogranicheniy likvidnosti i dinamicheski menyayushchikhsya korrelyatsionnykh struktur na vysokochastotnykh dannykh [Robust Portfolio Optimization Considering Transaction Costs, Nonlinear Liquidity Constraints, and Dynamically Changing Correlation Structures on High-Frequency Data]. *Ekonomika: vchera, segodnya, zavtra* [Economics: Yesterday, Today and Tomorrow], 15 (12A), pp. 469-479. DOI: 10.34670/AR.2026.30.55.058

Keywords

Robust portfolio optimization, high-frequency trading, transaction costs, dynamic correlation, liquidity, risk management, mathematical modeling.

References

1. Babenko, D. A. (2011). Nechetko-mnozhestvennyy podkhod k optimizatsii portfelya aktsiy [Fuzzy-set approach to stock portfolio optimization]. In I. A. Ryabinin & E. D. Solozhentsev (Eds.), *Modelirovanie i Analiz Bezopasnosti i Riska v*

- Slozhnykh Sistemakh. Trudy Mezhdunarodnoy Nauchnoy Shkoly MABR 2011 (pp. 198–203).
2. Bronstein, E. M., & Kurelenkova, Yu. V. (2005). Sravnenie optimal'nykh investitsionnykh portfeley, minimiziruyushchikh razlichnye mery riska [Comparison of optimal investment portfolios minimizing various risk measures]. *Obozrenie prikladnoy i promyshlennoy matematiki*, 12(3), 705–706.
 3. Chen, Sh. P., Li, Ch., Li, Sh. H., & Wu, X. W. (2002). Portfolio optimization model with transaction costs. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica (English Series)*, 18(2), 231–248.
 4. Dmitrovich, I. O., & Pavlenok, N. S. (2021). Zadacha portfel'noy optimizatsii pri ogranicheniyakh na funktsiyu riska [Portfolio optimization problem with constraints on the risk function]. *Dinamicheskie sistemy: ustoychivost', upravlenie, optimizatsiya. Materialy Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii pamyati professora R. F. Gabasova* (pp. 93–94).
 5. Drannishnikova, A. E. (2017). Nelineynye diskretnye modeli optimizatsii bankovskikh portfeley [Nonlinear discrete models of bank portfolio optimization]. *MNSK-2017: Matematika. Materialy 55-y Mezhdunarodnoy nauchnoy studencheskoy konferentsii* (p. 195).
 6. Zharkov, I. N. (2023). Asimptoticheskiy analiz optimal'nogo upravleniya portfelem so stokhasticheskoy volatil'nostyu pri nalichii transaktsionnykh izderzhok [Asymptotic analysis of optimal portfolio management with stochastic volatility in the presence of transaction costs]. *Sovremennyye problemy matematiki i yeyo prilozheniy. Tezisy Mezhdunarodnoy (54-y Vserossiyskoy) molodezhnoy shkoly-konferentsii* (pp. 85–86).
 7. Zadorozhny, V. G. (2013). O zadache optimizatsii portfelya iz dvukh aktivov [On the problem of optimizing a portfolio of two assets]. *Vestnik fakul'teta prikladnoy matematiki, informatiki i mekhaniki. Voronezhskiy gosudarstvennyy universitet* (pp. 140–144).
 8. Zinkovskiy, S. A. (1995). Zadacha ob optimal'nom portfele v usloviyakh nestatsionarnogo rynka [The problem of an optimal portfolio in a non-stationary market] (PhD Dissertation Abstract).
 9. Muslimova, G. R. (2011). Matematicheskoe modelirovanie i chislennyye metody formirovaniya optimal'nykh investitsionnykh portfeley pri nalichii gruppovykh zatrat [Mathematical modeling and numerical methods of forming optimal investment portfolios in the presence of group costs] (PhD Dissertation Abstract).
 10. Natalukha, I. G. (2006). Optimal'nye portfel'nye resheniya v stokhasticheskoy investitsionnoy srede s uchetsom skachkov tsen aktivov [Optimal portfolio decisions in a stochastic investment environment taking into account asset price jumps]. *Gumanitarnyye i sotsial'no-ekonomicheskie nauki*, 1(20), 47–52.
 11. Nikolenko, P. V. (2003). Ob odnom sposobe vychisleniya mnozhestva effektivnykh portfeley [On one method for calculating the set of efficient portfolios]. *Informatsionnyye sistemy, ekonomika, upravlenie trudom i proizvodstvom. Uchenyye zapiski* (pp. 101–106).
 12. Nikonovich, N. N. (2010). Modelirovanie i optimizatsiya portfel'nykh investitsiy v stokhasticheskikh nestatsionarnykh usloviyakh [Modeling and optimization of portfolio investments in stochastic non-stationary conditions] (PhD Dissertation Abstract).
 13. Sim, A. D. (2025) Primenenie generativnykh neyrosetey dlya prognozirovaniya rynochnykh trendov i upravleniya portfelyami aktivov [Application of generative neural networks for forecasting market trends and managing asset portfolios]. *Akademicheskyy issledovatel'skiy zhurnal*, 3(2), 161–175.
 14. Chernyshov, D. P. (2023). Optimizatsiya investitsionnogo portfelya s pomoshch'yu teorii Markovicha [Optimization of an investment portfolio using Markowitz theory]. *Sovremennaya matematika i kontseptsii innovatsionnogo matematicheskogo obrazovaniya*, 10(1), 432–441.