УДК 37.013

Свободное творчество математических понятий в развитии математического мышления

Чайкина Инга Альфредовна

Кандидат педагогических наук,
доцент,
Институт водного транспорта им. Г.Я. Седова,
344006, Российская Федерация, Ростов-на-Дону, ул. Седова, 8;
e-mail: Janvar26-inga@rambler.ru

Аннотация

Математика является одной из самых абстрактных научных дисциплин. Но абстрактность науки еще не означает оторванности ее понятий и предмета изучения от реального мира и жизненной практики и не дает никаких оснований делать вывод о свободном творчестве математических понятий. Математика в настоящее время превращается в исключительно сильное орудие познания, и основная задача процесса развития математического мышления состоит в том, чтобы научить использовать математические средства для исследования явлений, развить стремление к поиску внутренней гармонии решаемой задачи и используемого математического метода. Методы обучения математике должны отражать закономерности теории познания или наиболее общие закономерности диалектики. Математика дает широкое поле применению практики в познании: практика – как критерий истины развития познания. Метод сравнения и противопоставления, метод одновременного изучения прямых и обратных действий, глубокий анализ взаимно-обратных величин дает существенные результаты как в плане повышения качества знаний, так и в вопросах формирования и развития математического мышления.

Для цитирования в научных исследованиях

Чайкина И.А. Свободное творчество математических понятий в развитии математического мышления // Педагогический журнал. 2017. Т. 7. № 6А. С. 208-213.

Ключевые слова

Математика, математические методы, математизация, дедуктивная наука, аксиоматический метод.

Введение

Математизация самых различных знаний – характерная черта нашего времени. Значение математики как основы для всех наук и теорий отмечалось выдающимися мыслителями на протяжении всей ее истории развития. Взаимосвязь математики с другими отраслями науки и знания интересен не только с точки зрения использования математики как готового инструмента, но и с точки зрения методологического климата, в котором может успешно развиваться и сама математика. Математизация новых областей науки нуждается также в предварительном применении в этих областях ранее развитого арсенала математических средств для познавания и математического выражения соответствующих явлений и простейших внешних закономерностей.

Основная часть

Применение старых «не вполне адекватных» математических методов к новым, более сложным объектам, через познание явлений, приводит, в конечном счете, к весьма запутанной картине: новые методы как более обобщенные, позволяют проникнуть в более глубокую сущность, и, тем самым, упростить картину, полученную на базе старых методов, например, исследования функций без производных и с производными, нахождение объемов без применения интеграла и с интегралом.

Иногда встречаются утверждения, что математика является только дедуктивной наукой. Такие утверждения связаны с господством аксиоматического метода в построении математических теорий и по существу, представляют собой определенное методологическое истолкование этого факта. Однако сущность аксиоматического метода не сводится только к его дедуктивному аспекту. Дедукция говорит лишь о наличии определенной внутренней упорядоченности в математике, но не более. Природу и существо математических понятий, их взаимосвязи и закономерности развития раскрыть на базе одной дедукции невозможно. В математике, как и во всех областях науки, дедукция и индукция взаимодополняют и взаимообуславливают друг друга.

Поэтому математизация и даже простое приложение «готовых» математических дисциплин в естествознании не сводится к расчетным процедурам, хотя они и важны. Прежде чем считать, нужно соотнести математические и естественнонаучные представления и обосновать это соотнесение, что дедуктивно сделать нельзя.

Существует три больших этапа математизации любой науки. Первый из них математический, чаще всего это просто количественная обработка эмпирических данных той или иной области человеческого знания. Это – этап выявления чисто функциональных зависимостей, которые наблюдаются в экспериментах с интересующими нас объектами.

Второй этап – модельный – представляет собой попытку «теоретической реконструкции» интересующего нас объекта с помощью произвольно выбранного исходного объекта. В конечном итоге он сводится к построению модели. Этот этап – очень трудный период развития математических теорий. Самые различные объекты выбираются в виде элементарных строительных кирпичей соответствующих моделей, начиная от непосредственно наблюдаемых, более или менее устойчивых образований и вплоть до чисто теоретических «конструкций».

Третий этап – этап полной математической теории данного уровня организации материи. [Гнеденко, 1946, 23]

Отличительная черта всякой математической теории, представляющей собой наиболее надежную основу преобразования человеком окружающего его мира, наличие в каждом из них совершенно определенного, однозначно характеризуемого элементарного объекта.

В наши дни математика все более превращается в исключительно сильное орудие познания, и основная задача процесса обучения математики состоит в том, чтобы научить использовать математические средства для исследования реальных явлений, воспитать вкус к такому исследованию и развить стремление к поиску внутренней гармонии реальной задачи и используемого математического метода.

В процессе формирования математического мировоззрения необходимо:

-Определить темы курса математики, в которых наиболее характерно выступают его мировоззренческие основы;

-Отобрать и выбрать методы обучения, соответствующие поставленной цели;

-Наметить формы использования математических методов и понятий в других дисциплинах.

Наиболее важными из всего арсенала математических средств являются: метод координат, функциональная зависимость, графический и аналитический методы исследования функций, идеи теории множеств, начало математической логики, аксиоматизация, векторы, метод приближенных вычислений, производная, интеграл, алгоритмизация процессов, математическая статистика. Эти темы являются теми составными частями, без которых не построить ни здания математических знаний, ни выработать научного мировоззрения.

Методы обучения математике должны отражать в опосредствованной форме закономерности теории познания или наиболее общие закономерности диалектики – математика дает широкое поле применения практики в познании.

Выработке научных взглядов способствует установление в процессе обучения взаимных связей между учебными предметами, поскольку явления объективного мира существуют не изолировано, а находятся в единстве и взаимосвязи. Межпредметные связи должны выражаться, прежде всего, в осуществлении единой задачи формирования гуманистического мировоззрения. Трактовка явлений, изучаемых с разных сторон отдельных учебных предметов, должна даваться с общих принципиальных, методологических позиций. Связь между предметами естественно-математического цикла не должна быть искусственной, не соответствующей объективной связи между изучаемыми явлениями, не должна нарушать внутренней логики каждого предмета.

Математически оформленные теории полезны, прежде всего тем, что они дают возможность вывести логическим путем из предпосылок многочисленные следствия. Если окажется, что теория удовлетворительно передает реальный ход процесса, то в наших руках имеется мощный аппарат для предсказания течения явлений. В свое время Г. Галилей писал, что «философия написана в грандиозной книге, которая открыта для всех и каждого, я говорю о природе, но понять ее может только тот, кто научился понимать ее язык и знаки, которыми она написана. Написана же она на математическом языке, а знаки ее – математические формулы». Исключительная широта применения математических теорий к изучению реальных явлений объясняется тем, что сами эти теории и изучаемые ими понятия возникли в результате отвлечения от некоторых свойств реальных объектов (процесса абстрагирования разных ступеней). Например, математика для физики стала тем языком, на котором ей удается не только выражать свои закономерности, но и вскрывать новые.

В значительной степени содержание современной математики сложилось под влиянием требований астрономии, механики и физики. И сейчас физика выступает не только потребителем готовых математических теорий, но и постоянно наталкивает на мысли о важности создания новых математических направлений.

Для успешного перевода знаний в личные убеждения большое значение имеет характер учебной деятельности студентов. А.Я. Хинчин так писал о роли активного усвоения знаний: «Учащийся должен учиться только в процессе изыскания, интеллектуального активного труда, самостоятельно преодолевая трудности, в этом единственная, но зато абсолютно надежная гарантия того, что знания его не будут только формальными». [Хинчин, 1963, 124]

Решающее значение для перевода знаний в убеждения, достижения единства сознания и поведения, слово и дело имеет установление связи обучения с жизнью, трудом. В процессе преподавания математики связь обучения с жизнью состоит в разъяснении студентам применения научных знаний в технике, промышленном производстве, в ознакомлении с новейшими достижениями науки, техники, производства. Большую роль в этом играет обучение через решение задач практического содержания, требующие некоторых технических навыков. Решения таких задач требуют больших и разносторонних знаний самого преподавателя. Составление или подбор хорошей практической задачи – дело нелегкое, но необходимое.

Математическое познание имеет свои особенности, отличающие его от приемов и методов познания других наук. Для математики характерно то, что она отвлекается от многих специфических свойств предметов и особенностей данного круга явлений и изучает только их пространственные формы и свойственные им количественные отношения. Математические понятия абстрагируются от ряда свойств вещей, и математика, теряя в конкретности изучения явлений, выигрывает в общности. Законы математики и ее выводы оказываются применимыми к самым разнообразным явлениям природы, техническим процессам и даже социальным явлениям.

Другой особенностью математики является способ получения результатов. Если в физике или химии знания добываются в основном с помощью эксперимента, наблюдения, то в математике этого недостаточно. Например, для какого бы числа конкретных прямоугольных треугольников мы ни проверили, что сумма квадратов катетов, равна квадрату гипотенузы, это не будет доказательством теоремы Пифагора. Такая проверка может быть полезна лишь как поиск математической закономерности, но не как ее доказательство. В математике какой-либо результат считается установленным лишь тогда, когда он логически выведен из определений, аксиом, и ранее доказанных теорем. Например, предметом изучения стереометрии являются пространственные фигуры, то есть такие, которые не могут быть уложены в плоскости; сама плоскость, которая в планиметрии была носителем всех фигур, становится одной из бесконечного множества плоскостей в пространстве. Стереометрия изучает те свойства реальных физических тел, которые могут быть охарактеризованы словами: «форма», «размер», «взаимное расположение». От всех остальных свойств тел стереометрия абстрагируется. Пространство, изучаемое в стереометрии, называется трехмерным, в отличие от двухмерной плоскости (или одномерной прямой).

Можно очень хорошо представлять себе, что такое куб, шар, плоскость, но в геометрии о фигуре можно говорить лишь после того, как дано ее определение, которое состоит в том, что новое определяемое понятие (скажем, квадрат), описывается с помощью уже известного, определенного понятия (например, ромба или прямоугольника). Но это уже известное понятие должно быть когда-то определено с помощью еще более известных и т.д. Поскольку сами геометрические фигуры не бесконечно разнообразны, то понятно, что, в конце концов, придем к таким фигурам, которые нельзя определить, потому что при определении не на что ссылаться: никаких уже известных фигур нет.

Понятия, обозначающие эти (как правило, самые простые) фигуры, в геометрии называются основными понятиями. Основные понятия рассматриваются без определений, однако мы все имеем ясное представление о них из повседневной жизни. К числу основных понятий относятся точка, прямая и плоскость.

Чтобы установить правильность предложения в математике, его надо доказать, каким бы очевидным оно не казалось. А всякое доказательство состоит в том, что мы путем рассуждений сводим наше «новое» предположение к «старым», уже доказанным раньше. Эти самые простые предложения называются аксиомами. Иногда говорят, что «аксиома – это истина, не требующая доказательства». Это неверно: аксиомы тоже требуют доказательства, как и теоремы, и не всегда аксиомы проще, чем теоремы. Только некоторые предложения нельзя доказать – это и есть аксиомы. Более того, свойства предложения быть аксиомой или теоремой, относительно: оно зависит от выбора той группы «самых первых» предложений, которое кладется в основу геометрии. В некоторых случаях аксиому и теорему можно поменять ролями.

Начиная с XIX века, в значительной степени под влиянием открытий Лобачевского, аксиоматический метод стал в математике центральным. Этот метод построения той или иной ветви математики сразу делает ясным те основные предпосылки, которые кладутся в основу теории. С точки зрения научной теории аксиомы являются опытными фактами и подлежат опытной проверке, обоснованию и уточнению на опыте.

Заключение

Отвлеченный характер математики приводит к необходимости выводить ее результаты логическим путем, опираясь только на определение объекта изучения и на четко перечисленные его свойства. Таким образом, специфический характер математических выводов предопределен самим ее предметом.

Несомненно, что математика является одной из самых абстрактных научных дисциплин. Но абстрактность науки еще не означает оторванность ее понятий и предмета изучения от реального мира и жизненной практики.

В математике нет и не может быть «наполовину доказанных» и «почти доказанных» утверждений. Изучая математику, студент встречает высокую требовательность к полноценности аргументации. В начале она удивляет, пугает его, кажется ему излишней, педантичной. Но постепенно день за днем он к ней привыкает. Вполне понятно, что этот студент в любых других дискуссиях будет стремиться к полноте аргументации. По мнению автора, этот воспитывающий процесс имеет решающее значение для логической культуры мышления.

Библиография

1. Гнеденко Б.В. Краткие беседы о зарождении и развитии математики. М., 1946. С. 23.
2. Хинчин А.Я. Педагогические статьи. М., 1963. С. 124.

Free creation of mathematical concepts in the development of mathematical thinking

Inga A. Chaikina

PhD in Pedagogy,
Associate Professor,
Institute of Water Transport named after G.Ya. Sedov,
344006, 8 Sedova st., Rostov-on-Don, Russian Federation;
e-mail: Janvar26-inga@rambler.ru

Abstract

Mathematics is one of the most abstract scientific disciplines. But the abstract nature of science does not mean the isolation of its concepts and the subject of study from the real world and life practice and does not give any grounds for drawing a conclusion about the free creativity of mathematical concepts. Mathematics is now becoming an exceptionally powerful instrument of cognition, and the main task of the process of developing mathematical thinking is to teach us to use mathematical tools to study phenomena, to develop a desire to search for inner harmony of the problem being solved and the mathematical method used. The methods of teaching mathematics should reflect the laws of the theory of knowledge or the most general laws of dialectics. Mathematics provides a wide field for the application of practice in cognition: practice as a criterion of the truth of the development of cognition. The method of comparison and opposition, the method of simultaneous study of direct and inverse actions, a deep analysis of reciprocal inverses gives significant results both in terms of improving the quality of knowledge, and in the formation and development of mathematical thinking. Studying mathematics, the student meets high demands on the usefulness of argumentation. According to the author, this educational process is crucial for the logical culture of thinking.

For citation

Chaikina I.A. (2017) Svobodnoe tvorchestvo matematicheskikh ponyatii v razvitii matematicheskogo myshleniya [Free creation of mathematical concepts in the development of mathematical thinking]. *Pedagogicheskii zhurnal* [Pedagogical Journal], 7 (6A), pp. 208-213.

Keywords

Mathematics, mathematical methods, process of mathematic, deductive science, axiomatic method.

References

1. Gnedenko B.V. (1946) *Kratkie besedy o zarozhdenii i razvitii matematiki* [Brief talks about the origin and development of mathematics]. Moscow.
2. Khinchin A.Ya. (1963) *Pedagogical articles* [Pedagogical articles]. Moscow.