

УДК 53:372.8

DOI: 10.34670/AR.2019.44.1.069

## Применение принципа множественности и единства моделей в вузовском курсе физики

**Егоров Геннадий Викторович**

Кандидат физико-математических наук,

доцент

кафедра экспериментальной и теоретической физики

Брянский государственный университет им. академика И.Г. Петровского,

241036, Российская Федерация, Брянск, ул. Бежицкая, 14,

e-mail: gennadyegorow@yandex.ru.

### Аннотация

В статье рассматривается принцип множественности и единства моделей и анализируется возможность его применения в вузовском курсе физики. В работе приводятся различные примеры, подтверждающие эффективность использования этого принципа при изучении многих важных тем. Ключевые слова: преподавание физики, методология, принцип множественности и единства моделей.

Применение принципа множественности и единства моделей позволяет расширить кругозор учащихся и помогает им глубже осознать единство физических законов и множественность моделей, которые можно использовать для объяснения физических явлений. Усвоив суть принципа множественности и единства моделей, студенты могут шире взглянуть на проблему поиска адекватных методов для решения той или иной физической задачи. Следовательно, этот принцип не только способствует более глубокому пониманию физических закономерностей, но и является действенным инструментом в процессе решения физических задач.

### Для цитирования в научных исследованиях

Егоров Г.В. Применение принципа множественности и единства моделей в вузовском курсе физики// Педагогический журнал. 2019. Т. 9. № 1А. С. 391-400. DOI: 10.34670/AR.2019.44.1.069

### Ключевые слова

Преподавание физики, высшее образование, объяснение физических явлений, физические задачи, физические модели

## Введение

Важную роль в процессе обучения физике играют вопросы методологии науки. Четкое понимание модельного характера физической науки во многих случаях способствует более глубокому усвоению учебного материала вузовского курса физики. Правильный выбор модели в ходе решения физической задачи часто является залогом успеха. Ранее автором было предложено использование принципа множественности и единства моделей в процессе преподавания физики. Учащиеся должны понимать, что для описания одного и того же физического явления часто существуют различные математические модели, которые с разных сторон, но достаточно адекватно описывают это явление. С другой стороны, одна модель может описывать различные по своей природе физические явления, верно отражая количественные закономерности между физическими величинами. В настоящей работе выполняется анализ причин, которыми обусловлено использование различных моделей при описании одного и того же физического явления.

## Основное содержание

Первую причину наглядно иллюстрирует фундаментальный физический принцип, предложенный выдающимся датским физиком Н. Бором – принцип дополнительности. Различные модели, описывающие одно и то же явление, дополняют друг друга, позволяя дать более полную информацию об этом явлении.

Идея корпускулярно-волнового дуализма является классическим примером, который подтверждает принцип множественности моделей в физике. Описывая прохождение пучка электронов через кристаллическую решетку удобно использовать волновые представления, а рассматривая движение электрона в электронно-лучевой трубке можно считать, что электрон – обычная частица, движение которой можно описывать с помощью законов Ньютона, и которая имеет непрерывный энергетический спектр.

Подобная множественность моделей не должна озадачивать студентов. Главное, чтобы они умели устанавливать границы применимости той или иной модели. В описанной ситуации важно понимать, что квантование энергии электрона наблюдается в тех случаях, когда частица локализуется в области, размер которой сравним с ее дебройлевской длиной волны. И тогда для описания движения необходимо использовать законы квантовой механики. При этом возможно как применение волновой механики Шредингера, в которой движению электрона ставится в соответствие волновой процесс, так и использование матричной механики Гейзенберга, которая устанавливает связь между различными состояниями частицы, не рассматривая явно ее движение в координатном пространстве.

Различные модели адекватно описывают состояние и движение частицы, но только при условии, что мы не выходим за рамки области применимости этих моделей. В рассмотренном случае главным является выполнение условия  $v \ll c$ . В релятивистском случае все упомянутые модели не применимы к описанию движения микрочастиц. Необходимо использование либо модели, основанной на применении уравнения Дирака (в так называемом квазирелятивистском случае, когда не происходит взаимных превращений частиц), либо модели, в основе которой лежит квантовая теория поля (в том случае, если энергии частиц достаточно велики, и возможны взаимные превращения микрочастиц).

Другой важной причиной, с которой связано применение различных моделей при описании

физических явлений, является установление физического смысла явлений. Нередко оказывается достаточным использование феноменологической теории для того, чтобы описать основные закономерности явления и даже предсказывать многие важные результаты, тем не менее, только после создания микроскопической теории становится понятным механизм явления и появляется возможность четко установить границы применимости данной модели. Примером могут служить термодинамический и статистический подход при описании тепловых явлений, а также применение феноменологической и микроскопической теорий для описания явления сверхпроводимости.

Развитие теории сверхпроводимости в 50-е годы 20 века является наглядной иллюстрацией того, как феноменологическая теория становится ступенькой к созданию микроскопической теории, объясняющей механизм явления. С одной стороны феноменологическая теория Гинзбурга - Ландау сыграла эвристическую роль в поиске механизма явления сверхпроводимости, а с другой - построение микроскопической теории БКШ обосновало теорию Гинзбурга - Ландау и уточнило входящие в феноменологические уравнения постоянные. Отправным пунктом феноменологической теории *сверхпроводимости* Гинзбурга-Ландау является выражение для свободной энергии  $F$  сверхпроводника как функционала от  $\Psi$  - комплексного *параметра порядка*. Первоначально физический смысл этого параметра был неясен. После построения микроскопической теории сверхпроводимости оказалось, что параметр  $\Psi$  сверхпроводящего состояния в теории Гинзбурга - Ландау пропорционален волновой функции бозе-конденсата куперовских пар электронов в сверхпроводнике или, иными словами, размеру щели в энергетическом спектре электронов сверхпроводника. Выяснилось, что причиной возникающей упорядоченности в сверхпроводнике, следствием которой оказывается исчезновение электрического сопротивления, является образование куперовских пар – связанных состояний, в которых взаимодействие электронов осуществляется через посредство кристаллической решетки.

Студенты должны усвоить, что теория Гинзбурга-Ландау, теория БКШ – это все различные модели, объясняющие явление сверхпроводимости, иллюстрирующие принцип множественности и единства моделей в физике.

Третьей важнейшей причиной того, что при описании физических явлений используются различные альтернативные модели, служит уменьшение трудоемкости вычислений, которыми сопровождается получение любых научных и практических результатов. В качестве характерных примеров, иллюстрирующих множественность моделей, в этом случае можно привести использование методов аналитической механики, а также применение интегралов движения.

Используя ньютоновскую модель механики, удобно описывать движение свободных механических систем, однако, в случае несвободных систем применение методов аналитической механики оказывается более эффективным. Число уравнений в этом случае равно числу степеней свободы системы. В случае систем, состоящих из большого количества тел, но имеющих небольшое число степеней свободы, применение методов аналитической механики оказывается менее трудоемким процессом. Рассмотрим простой пример.

**Пример 1.** *Дана система, состоящая из связанных идеальными нитями  $n$  тел, лежащих на горизонтальной поверхности, и  $k$  тел, подвешенных на нитях, переброшенных через идеальный блок (см. рис.1). Требуется определить ускорение этой системы, если известен коэффициент трения тел о поверхность  $\mu$  и массы тел.*

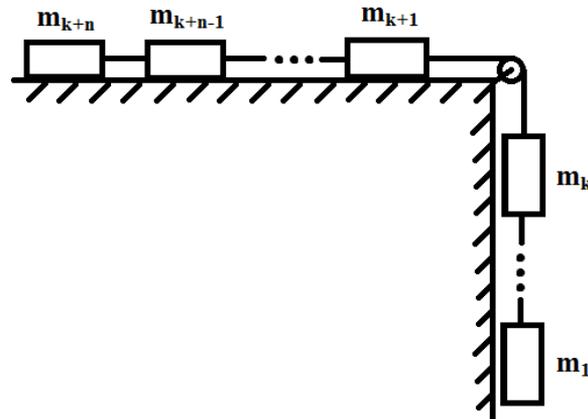


Рисунок 1 - Система связанных тел

Решение этой задачи в рамках ньютоновской механики предполагает запись уравнений второго закона Ньютона для всех  $n + k$  брусков с последующим решением полученной системы уравнений. В случае больших значений  $n$  и  $k$  это приводит к нудным и трудоемким вычислениям.

Существенно проще эта задача решается в рамках аналитической механики, где рассматриваемая система, имеющая одну степень свободы, описывается только одним уравнением, которое легко получить, записывая, например, общее уравнение механики

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{g} \delta \vec{r}_i + \sum_{i=1}^n \vec{F}_{mp_i} \delta \vec{r}_i + \sum_{i=1}^n \vec{T}_i \delta \vec{r}_i - \sum_{i=1}^n m_i \ddot{\vec{r}}_i \delta \vec{r}_i = 0$$

Общее уравнение механики можно получить из уравнений ньютоновской механики, но оно принадлежит уже к другой модели механики – аналитической механике, в которой число уравнений, описывающих движение механической системы, равно числу ее степеней свободы.

Выбирая виртуальные перемещения в направлении движения тел системы, получаем:

$$m_1 g \delta r_1 + m_2 g \delta r_2 + \dots + m_k g \delta r_k - \mu m_{k+1} g \delta r_{k+1} - \dots - \mu m_{k+n} g \delta r_{k+n} - m_1 \ddot{r}_1 \delta r_1 - \dots - m_{k+n} \ddot{r}_{k+n} \delta r_{k+n} = 0$$

Здесь учитывается, что вследствие идеальности связи (нерастяжимости нити) виртуальные работы сил натяжения нити равны нулю. Учитывая нерастяжимость нити, можно также записать

$$\delta r_1 = \delta r_2 = \dots = \delta r_{m+n} = \delta r, \quad \delta \dot{r}_1 = \delta \dot{r}_2 = \dots = \delta \dot{r}_{m+n} = \delta \dot{r} = a$$

Сокращая на  $\delta r$ , получаем для ускорения системы  $a$  выражение:

$$a = \frac{g(m_1 + m_2 + \dots + m_n - \mu(m_{k+1} + m_{k+2} + \dots + m_{k+n}))}{m_1 + m_2 + \dots + m_{k+n}}$$

Рассмотренный простой пример показывает, что использование альтернативной модели (в

данном случае – аналитической механики) позволяет значительно сократить объем расчетов, что существенно упрощает описание движения несвободных механических систем, имеющих небольшое число степеней свободы.

Другим характерным примером, иллюстрирующим упрощение решения задачи путем выбора альтернативной модели, является использование законов сохранения, или как их называют в теоретической механике, интегралов движения. Применяя, например, закон сохранения механической энергии, можно значительно облегчить ход решения задачи. Рассмотрим это на следующем примере [3].

**Пример 2.** Небольшое тело соскальзывает с вершины гладкой сферы радиуса  $R$ . Найдём скорость тела в момент отрыва от поверхности сферы (см. рис. 2).

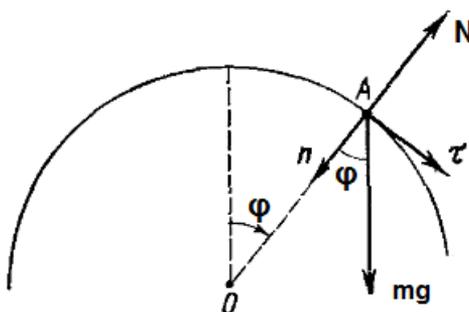


Рисунок 2 - Тело А соскальзывает с поверхности гладкой сферы

Уравнения движения тела в проекциях на орты  $\tau$  и  $n$  имеют вид:

$$m \frac{dv}{dt} = mg \sin \varphi, \quad (1)$$

$$m \frac{v^2}{r} = mg \cos \varphi - N. \quad (2)$$

Воспользовавшись тем, что

$$dt = dl / v = r d\varphi / v,$$

перепишем первое уравнение в виде

$$v dv = gr \sin \varphi d\varphi.$$

Проинтегрировав левую часть выражения от  $0$  до  $v$ , а правую от  $0$  до  $\varphi$ , получаем

$$v^2 = 2gr(1 - \cos \varphi). \quad (3)$$

С другой стороны, в момент отрыва  $N = 0$ , поэтому уравнение (2) принимает вид

$$v^2 = gr \cos \varphi,$$

где  $v$  и  $\varphi$  соответствуют точке отрыва.

Исключая  $\cos \varphi$ , получаем

$$v = \sqrt{2/3 gr}.$$

Другой способ решения этой задачи, использующий закон сохранения механической энергии, позволяет избежать интегрирования. Задача оказывается доступной для решения даже школьникам. Выбрав нулевой уровень потенциальной энергии в точке отрыва, из закона сохранения энергии получаем:

$$mgr(1 - \cos \varphi) = \frac{mv^2}{2}.$$

Отсюда сразу получается выражение (3). В этом состоит главная особенность законов сохранения. Они позволяют приходить к конечному результату без непосредственного интегрирования уравнений движения.

Еще одним характерным примером того, как альтернативный метод существенно упрощает процесс решения физической задачи, является применение вариационных методов. Типичный пример – это применение принципа виртуальных перемещений в аналитической статике [4].

**Пример 3.** Петля, сделанная из гибкой тяжелой цепи массой  $m$ , надета на гладкий прямой круговой конус, высота которого  $h$ , а радиус основания  $r$  (см. рис.3). Цепь покоится в горизонтальной плоскости (ось конуса направлена вертикально). Найти силу натяжения цепи.

**Решение:**

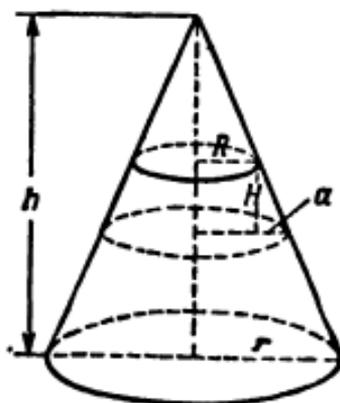


Рисунок 3 - Тяжелая цепь и гладкий конус

Выберем такое виртуальное перемещение цепи, при котором она опускается на малое расстояние  $H$  вниз по вертикали параллельно самой себе. Потенциальная энергия её при этом

уменьшится на  $mgH$ . Радиус же цепи при таком перемещении увеличится на  $a$ . Легко видеть,

что увеличение радиуса цепи и её смещение вниз связаны соотношением  $\frac{a}{H} = \frac{r}{h}$ .

Если силу натяжения цепи обозначить через  $T$ , то виртуальная работа силы натяжения при рассматриваемом виртуальном перемещении цепи равна  $[2\pi(R+a) - 2\pi R]T = 2\pi aT$  ( $R$  – радиус цепи). Но из принципа виртуальных перемещений следует, что виртуальная работа силы  $T$  равна изменению потенциальной энергии цепи, т. е.  $2\pi aT = mgH$ . Отсюда следует, что сила натяжения

нити равна: 
$$T = \frac{mgH}{2\pi a} = \frac{mgh}{2\pi r}$$
.

Принцип множественности и единства моделей имеет и другую сторону. Существует множество реальных объектов, описываемых одной и той же математической моделью, например, модель линейного гармонического осциллятора описывает множество колебательных процессов различной физической природы. Общим для всех таких процессов является малое отклонение колеблющейся величины от равновесного значения. В этом случае наблюдается изменение величины по гармоническому закону, и уравнения, описывающие такие процессы, одинаковы независимо от физической природы процессов.

Для получения таких уравнений надо использовать соответствующие физические законы. Например, в случае механических колебаний это второй закон Ньютона или закон сохранения механической энергии. В случае электромагнитных колебаний – это закон Ома. Однако математическая модель, применяемая для описания гармонических колебаний, во всех случаях одинакова, и существует полная аналогия между механическими колебаниями груза на пружине или поплавка на воде и электромагнитными колебаниями в колебательном контуре.

В то же время надо четко представлять границы применимости используемой модели гармонического осциллятора. В случае, если колебания нельзя считать малыми, эта модель становится неприменимой и надо использовать более сложную модель, в которой колебания системы уже не являются гармоническими.

Тем не менее, аналогию между механическими и электрическими колебаниями можно использовать не только в случае гармонических колебаний, но и более широко, например, в случае вынужденных колебаний в вязкой среде. Рассмотрим в качестве подтверждения известный пример.

**Пример 4.** Чему равна максимальная скорость груза массой  $m$  на пружине жесткостью  $k$ , совершающего колебания в вязкой среде (коэффициент вязкости  $r$ ), при действии на него переменной силой  $F = F_m \sin \omega t$ , если известно, что сила сопротивления пропорциональна скорости, т.е.  $F_c = rv$ ?

В данной задаче описывается механический процесс, но объем вычислений значительно сокращается, если решить аналогичную задачу, описывающую вынужденные электромагнитные колебания, т.е. процесс, происходящий в цепи переменного тока. Решение этой задачи позволяет продемонстрировать широкие возможности применения принципа множественности и единства моделей.

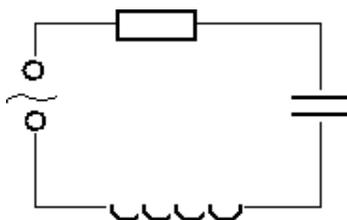
Воспользуемся электромеханической аналогией. Существуют следующие пары подобных механических и электрических величин:

масса  $m \sim$  индуктивность  $L$ ; жесткость  $k \sim$  обратная емкость  $1/C$ ; сила  $F \sim$  напряжение  $U$ ; коэффициент вязкости  $r \sim$  электрическое сопротивление  $R$ ; напряжение на резисторе  $U_R = RI \sim$  сила сопротивления  $F_c \sim rv$ .

Используя существующую аналогию, переформулируем исходную задачу на языке электрических величин:

*Чему равно максимальное значение силы тока в цепи переменного тока, содержащей емкость  $C$ , индуктивность  $L$  и сопротивление  $R$ , если напряжение изменяется по закону*

$$U = U_m \sin \omega t ?$$



**Рисунок 4 - Электромеханическая аналогия**

По закону Ома для цепи переменного тока получаем:

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

По аналогии находим максимальную скорость груза:

$$v_m = \frac{F_m}{\sqrt{r^2 + \left(m\omega - \frac{k}{\omega}\right)^2}}$$

### **Заключение**

Применение принципа множественности и единства моделей позволяет расширить кругозор учащихся и помогает им глубже осознать единство физических законов и множественность моделей, которые можно использовать для объяснения физических явлений. Усвоив суть принципа множественности и единства моделей, студенты могут шире взглянуть на проблему поиска адекватных методов для решения той или иной физической задачи. Следовательно, этот принцип не только способствует более глубокому пониманию физических закономерностей, но и является действенным инструментом в процессе решения физических задач.

### **Библиография**

1. Егоров Г.В. О множественности и единстве моделей в физике // Вестник БГУ. – 2012. – №1. – с. 296.
2. Егоров Г.В. О феноменологических и микроскопических теориях в вузовском курсе физики // Вестник БГУ. – 2016. – №3. – с. 212.
3. Егоров Г.В. О роли законов сохранения в физике // Вестник БГУ. – 2014. – №1. – с. 291.
4. Егоров Г.В. О роли вариационных принципов в вузовском курсе физики // Ученые записки БГУ. – 2018. – №1. – с. 46.
5. А.Т. Глазунов, О.Ф. Кабардин, А.Н. Малинин и др., под редакцией А.А. Пинского. – Физика 11 класс. – М.: Просвещение, 2002. – 432 с.

6. Suhendi H. Y., Ramdhani M. A., Irwansyah F. S. Verification Concept of Assesment for Physics Education Student Learning Outcome //International Journal of Engineering & Technology (UEA). – 2018. – T. 7. – №. 3.21. – C. 321-325.
7. Watters N. et al. Visual interaction networks: Learning a physics simulator from video //Advances in neural information processing systems. – 2017. – C. 4539-4547.
8. Ince E., Acar Y., Temur S. Physics Toys Effectiveness of Undergraduates' Understanding Physics Principles //European Journal of Physics Education. – 2017. – T. 6. – №. 4. – C. 39-51.
9. Battaglia P. et al. Interaction networks for learning about objects, relations and physics //Advances in neural information processing systems. – 2016. – C. 4502-4510.
10. Fredlund T., Airey J., Linder C. Enhancing the possibilities for learning: Variation of disciplinary-relevant aspects in physics representations //European Journal of Physics. – 2015. – T. 36. – №. 5. – C. 055001.
11. Fredlund T., Airey J., Linder C. Enhancing the possibilities for learning: Variation of disciplinary-relevant aspects in physics representations //European Journal of Physics. – 2015. – T. 36. – №. 5. – C. 055001.
12. Radoff J., Jaber L. Z., Hammer D. Meta-affective learning in an introductory physics course //Physics Education Research Conference 2016 Proceedings. doi10. – 2016. – T. 1119.

## **The application of the principle of plurality and unity of models in university course of physics**

**Gennadii V. Egorov**

PhD in Physical and Mathematical Sciences,  
Assistant professor

Department of Experimental and Theoretical Physics  
Bryansk State University. Academician I.G. Petrovsky,  
241036, Russian Federation, Bryansk, Bezhitskaya Street, 14,  
e-mail: gennadyegorow@yandex.ru.

### **Abstract**

The article considers the principle of multiplicity and unity of models and analyzes the possibility of its application in the University course of physics. The paper provides various examples confirming the effectiveness of this principle in the study of many important topics.

Key words: teaching physics, methodology, the principle of plurality and unity of models.

The application of the principle of multiplicity and unity of models allows students to broaden their horizons and helps them to more deeply understand the unity of physical laws and the multiplicity of models that can be used to explain physical phenomena. Having mastered the essence of the principle of multiplicity and unity of models, students can take a broader look at the problem of finding adequate methods to solve a particular physical problem. Consequently, this principle not only contributes to a deeper understanding of physical laws, but is also an effective tool in the process of solving physical problems.

### **For citation**

Egorov G.V. (2019) *Primeneniye printsipa mnozhestvennosti i yedinstva modeley v vuzovskom kurse fiziki* [The application of the principle of plurality and unity of models in university course of physics]. *Pedagogicheskii zhurnal* [Pedagogical Journal], 9 (1A), pp. 391-400. DOI: 10.34670/AR.2019.44.1.069

**Keywords**

Physics teaching, higher education, explanation of physical phenomena, physical problems, physical models

**References**

1. A.T. Glazunov, O.F. Kabardin, A.N. Malinin et al., Edited by A.A. Pinsky. - Physics 11 class. - M.: Education, 2002. - 432 p.
2. Battaglia, P., Pascanu, R., Lai, M., & Rezende, D. J. (2016). Interaction networks for learning about objects, relations and physics. In *Advances in neural information processing systems* (pp. 4502-4510).
3. Egorov G.V. About phenomenological and microscopic theories in the university physics course. Bulletin of BSU. - 2016. - №3. - with. 212.
4. Egorov G.V. On the multiplicity and unity of models in physics. Bulletin of BSU. - 2012. - №1. - with. 296.
5. Egorov G.V. On the role of conservation laws in physics // Bulletin of BSU. - 2014. - №1. - with. 291.
6. Egorov G.V. On the role of variation principles in the university physics course. Scientific Notes of the BSU. - 2018. - №1. - with. 46.
7. Fredlund, T., Airey, J., & Linder, C. (2015). Enhancing the possibilities for learning: Variation of disciplinary-relevant aspects in physics representations. *European Journal of Physics*, 36(5), 055001.
8. Ince, E., Acar, Y., & Temur, S. (2017). Physics Toys Effectiveness of Undergraduates' Understanding Physics Principles. *European Journal of Physics Education*, 6(4), 39-51.
9. Kao, G. Y. M., Chiang, C. H., & Sun, C. T. (2015, July). Designing an Educational Game with Customized Scaffolds for Learning Physics. In *2015 IIAI 4th International Congress on Advanced Applied Informatics* (pp. 303-306). IEEE.
10. Radoff, J., Jaber, L. Z., & Hammer, D. (2016). Meta-affective learning in an introductory physics course. In *Physics Education Research Conference 2016 Proceedings. doi10* (Vol. 1119).
11. Suhendi, H. Y., Ramdhani, M. A., & Irwansyah, F. S. (2018). Verification Concept of Assesment for Physics Education Student Learning Outcome. *International Journal of Engineering & Technology (UEA)*, 7(3.21), 321-325.
12. Watters, N., Zoran, D., Weber, T., Battaglia, P., Pascanu, R., & Tacchetti, A. (2017). Visual interaction networks: Learning a physics simulator from video. In *Advances in neural information processing systems* (pp. 4539-4547).