

УДК 519.68

DOI: 10.34670/AR.2019.44.1.084

Методика формирования геометрических понятий у школьников с применением системы GEOGEBRA

Агафонов Павел Александрович

Учитель математики,
Средняя общеобразовательная школа 2070 г. Москвы
108814, Российская Федерация, Москва, поселение Сосенское,
пос. Коммунарка, ул. Фитаревская, д.9А;
e-mail: bezruckovanthony@yandex.ru

Аннотация

Статья посвящена изучению методических аспектов формирования геометрических понятий у школьников с применением системы GeoGebra. Автором обозначена актуальность и практическая значимость темы исследования. Изучена история, а также достоинства и недостатки систем динамической геометрии. Описан функционал программного продукта GeoGebra. Предложены методические требования к обучению школьников геометрии посредством системы GeoGebra. Данные методические требования могут применяться в условиях формирования геометрических понятий у школьников вне зависимости от ступени и уровня обучения.

Обучение дедуктивному методу доказательства традиционно начинается в 7 классе с ознакомления с исходными положениями геометрии и элементарными следствиями из них, с предъявления учащимся образцов доказательных рассуждений, подтверждающих геометрические факты, которые воспринимаются учащимися как очевидные. Реализация такого подхода приводит к типичным для учебной практики трудностям, связанным с запретом на использование учащимися других критериев убедительности (критерий авторитетности, критерий признанности большинством, критерий практики, критерий наглядности, критерий привлекательности, критерий логической сводимости к истинным утверждениям) и иных методов проверки (метод наглядно-эмпирического подтверждения, метод применения на практике, контрпример и др.) истинности утверждения.

Для цитирования в научных исследованиях

Агафонов П. А. Методика формирования геометрических понятий у школьников с применением системы GEOGEBRA // Педагогический журнал. 2019. Т. 9. № 1А. С. 537-545. DOI: 10.34670/AR.2019.44.1.084

Ключевые слова

Формирование геометрических понятий, система динамической геометрии, GeoGebra, методические требования

Введение

На современном этапе в значительной степени уделяется внимание вопросам совершенствования и актуализации методических подходов к повышению качества обучения подрастающего поколения, начиная с самой первой ступени обучения. В той связи, что одним из ключевых этапов обучения детей в рамках той или иной сферы знаний является формирование понятий, ему следует уделять особое внимание: «понятие, являясь элементом системы знаний, в частности научных, играет весьма значимую роль в процессе познания», - отмечает Ю.А. Лучко [Лучко, 2008, 115]. Императивной задачей педагога является обеспечение полноценного усвоения понятий, так как, если учащимися не будет адекватно усвоено одно из первых, например, математических понятий – это понятие о числе, - то у них возникнут трудности при дальнейшем изучении системы исчисления, а также в понимании самого термина «система исчисления».

Литературный обзор

С позиции Н.И. Таратыновой, «нередко при определении понятия часто используется иное, ближайшее, родовое по отношению к нему понятие. В данном случае оно определяется через ближайший род и видовые различия. В этом подходе содержание понятия отождествляется с его определением, а в качестве единицы содержания выступает выделенная совокупность необходимых и достаточных условий» [Таратынова, 2009, 55]. Е.К. Войшвилло склонен полагать, что понятия схожи с суждением; с его точки зрения понятие – это «мысль, представляющая собой результат обобщения (и выделения) предметов или явлений того или иного класса по более или менее существенным признакам» [Войшвилло, 1989, 239]. В.Ф. Асмус определяет понятие как «мысль о предмете, выделяющую в нем существенные признаки» [Асмус, 1947, 387]. По мнению А.В. Усовой, понятие являет собой «результат некоторого этапа в развитии наших знаний о тех или иных объектах материального мира. Возникнув, понятие уже само становится объектом познания. Вместе с тем, понятие одна из форм мышления и в этом смысле оно поступает как орудие (средство) познания» [Усова, 1986, 174]. В целом, под понятием целесообразно понимать форму мышления, в которой отражаются существенные свойства объектов изучения, иными словами, свойства, общие и индивидуальные, которые отличают данный объект от других.

Процессу оптимизации освоения основ того или иного предмета в современной школе способствует применение информационно-коммуникационных технологий и различного рода программных продуктов. Их эффективность в отношении формирования и развития знаний, умений и навыков школьников в различных областях математического и геометрического знания была доказана уже достаточно широким спектром ученых, как отечественных, так и зарубежных (В.А. Далингер, К. Джонэс, В.Н. Дубровский, А. Мариотт, С.Н. Поздняков, Н.Х. Розов, М.В. Шабанова, М.Г. Шабарт и пр.). В данной статье мы изучим достоинства применения программы GeoGebra, как инструмента, способствующего формированию геометрических понятий у школьников.

Материалы и методы

Система динамической геометрии GeoGebra: сущность и функции. Системы динамической геометрии получили свое активное развитие в 80-х гг. XX в. в США, Австрии, Канаде и ряде

европейских государств. Первая из таких сред, получившая название Cabri Geometre была создана во Франции в 1986 г. на основе обобщения возможностей программы «Черновик для информатики» группой студентов под руководством Ж.-М. Лаборде. Спустя три года, уже в Америке появляется подобный программный продукт «Блокнот Геометра», автором которого стал Н. Джакей. Первые попытки использования систем динамической геометрии в образовательном процессе не только продемонстрировали богатство открывшихся образовательных возможностей, но и целый спектр недостатков, ставшие предметом дискуссий в математическом сообществе на рубеже XX-XXI в. Так, например, беспокойство вызвала утрата навыков визуального мышления при постоянном обращении к динамическим листам с готовыми чертежами как к средству постановки и сопровождения решения задач, утрата процессом обучения своего императивного преимущества – исследовательского характера при замене работы с системой динамической геометрии работой с динамическими листами, адаптированными к уровню компьютерной математической подготовки учащихся, изменение стиля математического мышления (эвристического поиска) как у учащихся, так и у преподавателей, их отказ от обращения к дедуктивному доказательству как к методу обоснования теоретических положений школьного курса математики и геометрии по причине высокой степени убедительности наглядных демонстраций, создаваемых системой динамической геометрии [Шабанова, 2013, 230]. Невзирая на данные недостатки, в некоторых странах все же были внесены изменения в стандарты и программы по математике, которыми, в том числе, регулировались соотношения и установления образовательных функций эмпирических, включая компьютерный эксперимент, и теоретических методов. В России, в связи с относительно недавним введением в действие ФГОС, четкая позиция в отношении систем динамической геометрии до сих пор не определена, однако, стандартом предусматривается самое широкое их распространение в процессе обучения геометрии как инструмента поддержки исследовательской и проектной деятельности учащихся, что также ценно в условиях формирования геометрических понятий у школьников различных возрастов. Так, с позиции педагогов-практиков, проектно-исследовательское обучение относится к активным формам, значительно оживляя процесс восприятия нового, через сознательную деятельность учащихся, через обучение и действие, а полученные в деятельности знания остаются прочными и долговременными [Лещенко, 2010].

Педагогический потенциал такой системы динамической геометрии как GeoGebra в достаточной степени обоснован как российскими учеными (И.Б. Гарипов, Д. Джарвис, Р.А. Зиатдинов, Г.В. Кравченко, С.В. Ларин, Р.М. Мавлявиев, Овсянникова Т.Л., Е.Е. Симаков, В.Ф. Сиразов, Л.А. Страбыкина, Э.Д. Хусаинова, Д.А. Чернышева, Т.С. Ширикова и пр.), так и практикующими педагогами.

Продукт GeoGebra обладает мощными и функциональными возможностями, которые позволяет наглядно и просто получить знания, сформировать умения и навыки в области математики, геометрии, алгебры. Программный продукт также позволяет совершать арифметические операции, создавать графики, динамические чертежи, которые делают видимыми взаимосвязи свойств геометрических объектов, возможна работа со статистикой, работа с функциями, поддерживается создание анимации и т.д. Как отмечает Т.С. Ширикова, «GeoGebra обладает всеми достоинствами «Живой математики» за исключением простоты работы инструментов по созданию текстов. Однако, данный недостаток компенсируется возможностями получения динамических записей, сочетанием и варьированием разных способов задания геометрических объектов, и наличием встроенных инструментов

статистического анализа данных, занесенных в электронную таблицу. Более того, в данном программном продукте предусмотрены возможности ввода протокола динамической модели, отслеживания конструктивных связей элементов динамического чертежа, что, бесспорно важно для обоснования корректности динамических моделей» [Ширикова, 2014, 250]. В GeoGebra можно создавать и различные 2D и 3D фигуры, педагогическая значимость которых также неоспорима, интерактивные ролики, которые могут стать проектными мероприятиями для промежуточного контроля и т.п. Все приложения, входящие в состав программы GeoGebra, доступны и синхронизируются между собой для работы в составе одного пакета. Таким образом, можно сделать вывод о том, что в условиях формирования геометрических понятий у школьников применение системы GeoGebra может и должно иметь место [Бодай, 2012, 32].

Результаты и обсуждения

С нашей точки зрения, в связи с тем, что формирование математических и геометрических понятий в школьном образовательном процессе осуществляться на различных этапах обучения данным предметам, целесообразно выделить следующих методических требований к обучению посредством системы GeoGebra:

Мотивация школьников к формированию геометрических понятий. Мотивация стоит на первом месте в спектре этапов процесса формирования математических и геометрических понятий у многих российских исследователей, например, Г.И. Саранцева [Саранцев, 2002, 224], Г.Б. Шабата [Шабат, 2016, 176] и пр. Сущность данного методического требования заключается в акцентировании внимания на рассматриваемом понятии и возбуждении к нему интереса со стороны учащихся. Мотивация может осуществляться посредством привлечения средств нематематического содержания, равно как и в ходе выполнения специальных упражнений, объясняющих необходимость развития математической теории. В данном случае будет актуально использование проблемного метода обучения, рассмотрение исторических фактов, имеющих место в развитии изучаемого понятия, обсуждение теоретических вопросов с активным использованием контр-примеров, которые можно представить в GeoGebra посредством анимации. Так, например, введение смежных углов можно осуществлять через решение задачи о нахождении углов в треугольниках, которые имеют общую сторону и углы, образующие пару смежных углов [Бодай, 2006, 230].

В целом, визуализация изучаемого объекта позволяет не только активизировать интерес учащихся, но и повысить уровень самооценки, развить навыки самоконтроля, побудить к изучению нового в сфере информационных технологий [Колпакова, 2018, 165], что особенно важно в условиях тенденции к тотальной информатизации всех сфер человеческой жизни.

В связи с тем, что программа бесплатная и проста в работе, преподаватель может давать домашнее задание также включающее работу с программой GeoGebra. Как отмечают Х.А. Гербеков и И.Т. Халкечева, использование компьютерной графики позволяет учащимся, «даже без художественных способностей, ощущать себя определенным творцом, создавать художественные образы и предоставляет широкие возможности для самореализации, а самое главное – использование графических возможностей компьютера позволяет повышать интерес учащихся к занятиям и активизировать их познавательную деятельность» [Гербеков, 2017, 440].

Выявление существенных свойств понятия, позволяющее выделить определение или несколько возможных определений. Данное методическое требование традиционно реализуется посредством упражнений, направленных на максимально возможное для конкретного уровня

подготовки учащихся раскрытие существенных свойств [Заславский, 2016, 86; Курбатова, 2011], а также с помощью визуальных контр-примеров, ограничивающих несущественные свойства и ошибочные представления. Результатом должна стать формулировка определения изучаемого геометрического понятия. В данном случае, важно обратить внимание учащихся на том, что трактовок у одного и того же понятия может быть несколько. Так, например, рассматривая равнобедренный треугольник, можно дать следующее определение: 1) традиционное, т.е. треугольник с двумя равными сторонами, 2) треугольник с двумя равными углами, 3) треугольник с совпадающими медианой и высотой. Полагаем, что для введения того или иного геометрического понятия целесообразно использовать наиболее простое и иллюстративно понятное определение.

Усвоение геометрического определения. В данном случае объектом изучения должно стать каждое существенное свойство, используемое в данном преподавателем определении [Колпакова, 2018, 166]. Для реализации данного методического требования можно также использовать упражнения, например, на распознавание объектов, принадлежащих понятию. Иным действием, является действие выведения следствий из принадлежности объекта к понятию. Важно, чтобы упражнения были комплексными, и их выполнение было основано не только на использовании существующих свойств понятия, но и на отыскании следствий [Бодай, 2012, 225]. Здесь стоит отметить, что GeoGebra не ищет автоматически доказательство того или иного геометрического утверждения без участия человека. Соответственно, программа позволяет, и привлекать дедуктивный метод при выведении следствия из принадлежности того или иного визуализированного объекта к изучаемому понятию, и развернуть ход рассуждений во времени, предоставить его с той или иной полнотой, которая необходима для помощи школьнику. Не менее важно говорить о том, что, в данном контексте программный продукт облегчает учащимся способ восприятия геометрического объекта, например, у учащихся появляется возможность выделять значимые и скрывать незначимые элементы того или иного геометрического объекта, реконструировать его, менять ракурс и пр.

Использование геометрического понятия в конкретных ситуациях. На данном этапе формирования геометрических понятий, в первую очередь, осуществляется знакомство со свойствами и признаками понятия, с его определениями, эквивалентному принятому, также используются изученные свойства и признаки понятия. Школьники формируют умение, переходя от термина, которое обозначает понятие, к его существенным свойствам и обратно, переосмысливая объекты с позиции разных понятий, в том числе, учатся переосмысливать элементы динамического чертежа с точки зрения другой фигуры и т.п. [Подаева, 2015, 390]. В условиях реализации данного методического требования целесообразно использование блоков задач, объединенных какой-либо идеей. Такие блоки могут составляться преподавателем следующим образом: 1) результаты решения предыдущей задачи используются в решении следующей, 2) результаты решения предыдущей задачи используются в условии следующей, 3) предыдущие задачи являются элементами последующей, 4) решение совокупности задач осуществляются одним и тем же методом.

Систематизация изученного материала. На данном этапе определяется место конкретного геометрического понятия в системе других понятий. В большинстве своем на него делают акцент педагогики-практики [Захаров, 2005]. Реализация данного методического требования может осуществляться, например, установлением связей между отдельными понятиями, теоремами (разноплановая систематизация материала по различным направлениям), обобщением понятия, конкретизацией понятия. В качестве средств представления информации

в сжатом виде могут быть использованы созданные в программе GeoGebra графики, таблицы, диаграммы, рисунки, схемы и пр.

Логические операции с изученным геометрическим понятием, в результате которых появляются новые понятия [Бодай, 2012, 107]. Ключевыми операциями могут являться аналогия, обобщение, дополнение, пересечение, объединение и т.п.

Заключение

С целью организации максимально эффективного процесса формирования геометрических понятий у школьников, вне зависимости от возраста, педагог должен четко представлять себе концептуальный базис образования понятия в целом. Так, логические теории выделяют две стороны в составе любого понятия – это объем и содержание. Существующие на данный момент подходы качественно различаются относительно того, что именно считать содержанием, объемом понятия и из чего состоит алгоритм конструирования понятий. Обобщая приведенные методические требования к обучению школьников геометрии посредством системы GeoGebra, можно выделить следующие базисные положения (условия), реализация которых при формировании геометрических понятий у школьников будет эффективным и позволит усвоить дальнейших материал: 1) организация ситуации, которая создает потребность во введении учащимися изучаемого понятия (проблемное обучение); 2) рассмотрение существенных и несущественных свойств объекта, т.е. его описание, построение динамических чертежей, наблюдение за объектом в различных положениях, с различными метрическими характеристиками и пр.; 3) выделение ряда простых существенных свойств (система контр-примеров) и их определения; 4) решение простейших задач, которые направлены на переход от введенного определения к иным существенным свойствам (использование определения при решении задач); 5) определение часто повторяющихся существенных свойств и представление их в виде теорем (доказательство теорем); 6) рассмотрение теорем-существенных свойств в различных видовых группах понятия; 7) использование определения и теорем при решении задач (конструктивное усложнение задач).

Библиография

1. Асмус В.Ф. Логика. - М.: ОГИЗ, – 1947. – 387 с.
2. Бородай А.Д. Культурная элита России: опыт идентификации // Вестник Казанского государственного университета культуры и искусств. – 2012. – № 3-1. – 30-36 с.
3. Бородай А.Д. Учиться эффективно и весело на празднике студенческой рекламы // Знание. Понимание. Умение. – 2006. – № 4. – 227-232 с.
4. Бородай А.Д., Мухамеджанов М.М. Государственная культурная политика в годы "хрущевской оттепели": тенденции и противоречия литературного процесса // Вестник Университета (Государственный университет управления). – 2012. – № 17. – 223-228 с.
5. Бородай А.Д. Творческая молодежь как профессиональный сегмент социальной группы общества // Знание. Понимание. Умение. 2012.
6. Войшвилло Е.К. Понятие как форма мышления: логико-гносеологический анализ. - М.: Изд-во МГУ, – 1989. – 239 с.
7. Гербеков Х.А., Халкечева И.Т. Изучение компьютерной графики в системе общего образования // Вестник РУДН. Серия: Информатизация образования. – 2017. – №4. – 435-441с.
8. Заславский А. А. Геометрические преобразования. – М.: МЦНМО, – 2016. – 86 с.
9. Захарова В.Т. Обучение обобщению и конкретизации при изучении геометрических понятий. Система задач и четыре требования к ней. – 20.01.2005 // Портал «Открытый урок. Первое сентября». – URL: <https://открытыйурок.рф/статьи/211197/>
10. Каплунович И.Я. О психологических различиях мышления двумерными и трехмерными образами // Вопросы

- психологии. – 2003. – 66–77 с.
11. Колпакова Д. С. GeoGebra как средство визуализации решения задач на уроках геометрии в 7 классе // Молодой ученый. – 2018. – №11. – 164-167 с.
 12. Курбатова Л.Н. Существенные и несущественные свойства математических объектов в обучении математике. – 05.07.2011 // Портал «Открытый урок. Первое сентября». – URL: <https://открытыйурок.рф/статьи/598884/>
 13. Лещенко О.П., Полянская Л.Н. Проектно-исследовательский метод обучения математике как условие формирования исследовательской культуры учащихся. – 20.05.2010 // Портал «Открытый урок. Первое сентября». – URL: <https://открытыйурок.рф/статьи/574517/>
 14. Лучко Ю.А. Совершенствование процесса формирования геометрических понятий с использованием информационных технологий // Альманах современной науки и образования. Тамбов: Грамота. – 2008. – № 7. – 115-117 с.
 15. Подаева Н.Г., Подаев М.В. Использование информационных технологий при обучении геометрии в свете деятельностной парадигмы образования // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2015. – №11. – 389-395 с.
 16. Саранцев Г. И. Методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студентов математ. специальностей педагог. вузов и ун-тов / Г. И. Саранцев. – М.: Просвещение, – 2002. – 224 с.
 17. Таратынова Н. И. Особенности формирования математических понятий у школьников в условиях интеграции алгебраического и геометрического методов // Интеграция образования. – 2009. – №1. – 53-58 с.
 18. Усова А.В. Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения. -М.: Педагогика, 1986. – 174 с.
 19. Шабанова М.В. Системы динамической геометрии в обучении математике: проблемы и пути их решения // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2013. – №9. – 229-237 с.
 20. Шабат Г. Б. Живая математика: Сборник методических материалов. – М.: ИНТ. 2016. – 176 с.
 21. Ширикова Т.С. Методика обучения учащихся основной школы доказательству теорем при изучении геометрии с использованием GeoGebra: диссертация ... кандидата педагогических наук: 13.00.02 / Ширикова Татьяна Сергеевна; [Место защиты: Ярослав. гос. пед. ун-т им. К.Д. Ушинского]. - Архангельск, – 2014. – 250 с.

The method of formation of geometric concepts in school students with the use of GeoGebra

Pavel A. Agafonov

Mathematics teacher,
middle School of General education 2070 Moscow
108814, 9A, Petrovskaya str., Sosenskoe settlement,
village of Kommunarka, Moscow, Russian Federation;
e-mail: bezruckovanthony@yandex.ru

Abstract

The article is devoted to the study of methodological aspects of the formation of geometric concepts in schoolchildren using the GeoGebra system. The author indicates the relevance and practical importance of the research topic. The history and advantages and disadvantages of dynamic geometry systems are studied. The functionality of the GeoGebra software product is described. Methodical requirements to training students through the geometry system GeoGebra. These methodical requirements can be applied in the conditions of formation of geometrical concepts at school students regardless of a step and level of training.

Teaching the deductive method of proof traditionally begins in the 7th grade with familiarization with the initial provisions of geometry and elementary consequences of them, with the presentation of students samples of evidential reasoning, confirming the geometric facts, which are perceived by students as obvious. The implementation of this approach leads to typical educational practice

difficulties associated with the prohibition of students to use other criteria of persuasiveness (criterion of authority, the criterion of recognition by the majority, the criterion of practice, the criterion of visibility, the criterion of attractiveness, the criterion of logical reducibility to true statements) and other methods of verification (method of visual-empirical confirmation, method of application in practice, counterexample, etc.) the truth of the statement.

For citation

Agafonov P. A. (2019) The method of formation of geometric concepts in school students with the use of GeoGebra [Approaches to the assessment of damage from price discrimination in antimonopoly regulation]. *Pedagogicheskii zhurnal* [Pedagogical Journal], 9 (1A), pp. 537-545. DOI: 10.34670/AR.2019.44.1.084

Keywords

Formation of geometric concepts, dynamic geometry system, GeoGebra, methodical requirements

References

1. Asmus, V.F. (1947), *Logics [Logika]*, M.: OGIZ, 387 p.
2. Boroday A.D. Kul'turnaya elita Rossii: opyt identifikatsii [Cultural elite of Russia: identification experience]. *Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo universiteta kul'tury i iskusstv – Bulletin of Kazan State University of Culture and Arts*, 2012, no.3-1, pp. 30-36.
3. Boroday A.D. Uchit'sya effektivno i veselo na prazdnike studencheskoy reklamy [Learning effectively and fun on the holiday of student advertising]. *Znaniye. Ponimaniye. Umeniye – Knowledge. Understanding. Skill*, 2006, no.4, pp. 227-232.
4. Boroday A.D., Mukhamedzhanov M.M. Gosudarstvennaya kul'turnaya politika v gody "khrushchevskoy ottepeli": tendentsii i protivorechiya literaturnogo protsesssa [State cultural policy in the years of the Khrushchev Thaw: tendencies and contradictions of the literary process]. *Vestnik Universiteta (Gosudarstvennyy universitet upravleniya) – University Bulletin (State University of Management)*, 2012, no.17, pp. 223-228.
5. Boroday, A.D. (2012), *Creative youth as a professional segment of the social group of society // Knowledge. Understanding. Skill. [Tvorcheskaya molodezh' kak professional'nyy segment sotsial'noy gruppy obshchestva // Znaniye. Ponimaniye. Umeniye]*.
6. Voishvillo, E.K. (1989), *Concept as a form of thinking: logical-gnoseological analysis [Ponyatiye kak forma myshleniya: logiko-gnoseologicheskii analiz]*, M.: MGU Publishing House, 239 p.
7. Gerbekov KH.A., Khalkhecheva I.T. Izucheniye komp'yuternoy grafiki v sisteme obshchego obrazovaniya [Studying of computer graphics in the system of general education]. *Vestnik RUDN. Seriya: Informatizatsiya obrazovaniya – Vestnik RUDN. Series: Informatization of education*, 2017, no. 4, pp. 435-44.
8. Zaslavsky, A. A. (2016), *Geometric transformations [Geometricheskiye preobrazovaniya]*, M.: MTSNMO, 86 p.
9. Zakharova V.T. *Obucheniye obobshcheniyu i konkretizatsii pri izuchenii geometricheskikh ponyatiy. Sistema zadach i chetyre trebovaniya k ney. – 20.01.2005 // Portal «Otkrytyy urok. Pervoye sentyabrya»* URL [Learning to generalize and concretization in the study of geometric concepts. Task system and four requirements for it. - January 20, 2005 // Portal "Open lesson. The first of September. - URL]: <https://otkrytyyurok.rf/stat'i/211197/>
10. Kaplunovich I.YA. O psikhologicheskikh razlichiyakh myshleniya dvumernymi i trekhmernymi obrazami [On the psychological differences of thinking in two-dimensional and three-dimensional ima]. *Voprosy psikhologii – Questions of psychology*, 2003, pp. 66–77.
11. Kolpakova D. S. GeoGebra kak sredstvo vizualizatsii resheniya zadach na urokakh geometrii v 7 klasse [GeoGebra as a means of visualizing the solution of problems in geometry classes in the 7th grade]. *Molodoy uchenyy – Young Scientist*, 2018, no.11, pp. 164-167.
12. Kurbatova L.N. *Sushchestvennyye i nesushchestvennyye svoystva matematicheskikh ob'yektov v obuchenii matematike. – 05.07.2011 // Portal «Otkrytyy urok. Pervoye sentyabrya». – URL: [Essential and non-essential properties of mathematical objects in teaching mathematics. - 07/05/2011 // Portal "Open lesson. The first of September. - URL] <https://otkrytyyurok.rf/stat'i/598884/>*
13. Leshchenko O.P., Polyanskaya L.N. *Proyektno-issledovatel'skiy metod obucheniya matematike kak usloviye formirovaniya issledovatel'skoy kul'tury uchashchikhsya. – 20.05.2010 // Portal «Otkrytyy urok. Pervoye sentyabrya».*

- ULR [Design and research method of teaching mathematics as a condition for the formation of students' research culture. - 20.05.2010 // Portal "Open lesson. The first of September. - ULR]: <https://otkrytyurok.rf/stat'i/574517/>
14. Luchko YU.A. Sovershenstvovaniye protsessa formirovaniya geometricheskikh ponyatiy s ispol'zovaniyem informatsionnykh tekhnologiy [Improving the process of formation of geometric concepts using information technology]. *Al'manakh sovremennoy nauki i obrazovaniya. Tambov: Gramota – Almanac of modern science and education. Tambov: Diploma*, 2008, no. 7, pp. 115-117.
 15. Podayeva N.G., Podayev M.V. Ispol'zovaniye informatsionnykh tekhnologiy pri obuchenii geometrii v svete deyatelnostnoy paradigmy obrazovaniya [Use of information technologies in teaching geometry in the light of the educational activity paradigm]. *Sovremennyye informatsionnyye tekhnologii i IT-obrazovaniye – Modern information technologies and IT education*, 2015, no.11, pp. 389-395.
 16. Sarantsev, G.I. (2002), *Methods of teaching mathematics in secondary school: studies. manual for students of mathematics. specialties teacher. universities and universities.* / G. I. Sarantsev [*Metodika obucheniya matematike v sredney shkole: ucheb. posobiye dlya studentov matemat. spetsial'nostey pedagog. vuzov i un-tov* / G. I. Sarantsev], M.: Enlightenment, 224 p.
 17. Taratynova N. I. Osobennosti formirovaniya matematicheskikh ponyatiy u shkol'nikov v usloviyakh integratsii algebraicheskogo i geometricheskogo metodov [Features of the formation of mathematical concepts in schoolchildren in the context of integrating algebraic and geometric methods]. *Integratsiya obrazovaniya – Integra*, 2009, no.1, pp. 53-58.
 18. Usova, A.V. (1986), *Formation of scientific concepts in schoolchildren in the learning process* [*Formirovaniye u shkol'nikov nauchnykh ponyatiy v protsesse obucheniya*], M.: Pedagogy, 174 p.
 19. Shabanova M.V. Sistemy dinamicheskoy geometrii v obuchenii matematike: problemy i puti ikh resheniya [Systems of dynamic geometry in teaching mathematics: problems and ways to solve them]. *Sovremennyye informatsionnyye tekhnologii i IT-obrazovaniye – Systems of dynamic geometry in teaching mathematics: problems and ways to solve them*, 2013, no.9, pp. 229-237.
 20. Shabat, G. B. (2016), *Living mathematics: Collection of methodical materials* [*Zhivaya matematika: Sbornik metodicheskikh materialov*], M.: INT, 176 p.
 21. Shirikova T.S. (2014) *Metodika obucheniya uchashchikhsya osnovnoy shkoly dokazatel'stvu teorem pri izuchenii geometrii s ispol'zovaniyem GeoGebra: dissertatsiya ... kandidata pedagogicheskikh nauk: 13.00.02* / Shirikova Tat'yana Sergeevna; [*Mesto zashchity: Yaroslav. gos. ped. un-t im. K.D. Ushinskogo*] [Methods of teaching pupils of the basic school to proving theorems when studying geometry using GeoGebra: dissertation ... Candidate of Pedagogical Sciences: 13.00.02 / Shirikova Tat'yana Sergeevna; [Place of protection: Yaroslav. state ped. un-t them. KD Ushinsky]]. Arkhangel'sk, 250 p.