

УДК 373.1.02:372.8**Факторы реализации развивающей функции математики при обучении в школе и вузе****Брейтигам Элеонора Константиновна**

Доктор педагогических наук, профессор,
профессор кафедры алгебры и методики обучения математике,
Алтайский государственный педагогический университет,
656031, Российская Федерация, Барнаул, ул. Молодежная, 55
e-mail: bekle@yandex.ru

Кулешова Ирина Геннадьевна

Кандидат педагогических наук,
доцент кафедры алгебры и методики обучения математике,
Алтайский государственный педагогический университет,
656031, Российская Федерация, Барнаул, ул. Молодежная, 55
e-mail: ira-asau@yandex.ru

Аннотация

В статье обсуждаются вопросы реализации развивающей функции математики при обучении в школе и в вузе. Отмечается актуальность требования сохранения фундаментальности математического образования на всех ступенях его осуществления; выделены некоторые негативные тенденции современного состояния этой проблемы. Отмечена своевременность смены парадигмы математического образования. Смена парадигмы математического образования требует соответствующей подготовки учительских кадров, в частности, формирования методической грамотности студентов педагогических вузов в более ранний период, как минимум, начиная с третьего курса. Успешность процесса формирования методической грамотности студентов обусловлена их умением смыслового чтения математических текстов. Содержание понятия «смысловое чтение» рассмотрено с позиций: 1) анализа роли смысла в этом понятии; 2) возрастных особенностей студентов, их жизненного и познавательного опыта при чтении ими учебных математических текстов; 3) специфики математического знания и учебных математических текстов; 4) решения задачи применения смыслового чтения для приобретения студентами методической грамотности. С учетом субъект-объектной природы категорий «смысл» и его деятельностной природы при организации смыслового чтения текстов целесообразно выделять ряд аспектов: логико-семиотический, структурно-предметный и личностный. Инструментом раскрытия этих аспектов служат интеллект-карты и специально организованные диалоги. Сочетание таких факторов как фундаментальность математического знания и организация его осмысленного усвоения позволяет реализовать развивающую функцию математики в школе и в вузе.

Для цитирования в научных исследованиях

Брейтигам Э.К., Кулешова И.Г. Факторы реализации развивающей функции математики при обучении в школе и вузе // Педагогический журнал. 2019. Т. 9. № 2А. С. 176-184.

Ключевые слова

Фундаментальность математического образования, методическая грамотность, смысл, смысловое чтение, интеллект-карты, осмысленность усвоения, развивающая функция математики, понимание.

Введение

При включении России в болонский процесс декларировалось сохранение положительных традиций российского образования. Отличительной особенностью российского математического образования, своего рода национальной традицией, была его фундаментальность, характеризовавшая его на протяжении почти 300 лет. К сожалению, в настоящее время эта традиция находится под угрозой.

В то же время фундаментальность образования в настоящее время остается актуальным требованием в связи с лавинообразным ростом потока информации, быстрым устареванием прикладных знаний. Фундаментальные знания меняются сравнительно медленно, «живут» долго. Это позволяет им сохранять свою значимость в течение всей жизни человека. Выработанные на их основе умения думать, самостоятельно добывать информацию, анализировать ее достоверность, позволят обучающемуся создать ту целостную картину мира, которая даст ему возможность менять сферу деятельности, в случае необходимости.

К сожалению, перестройка российского математического образования в условиях реализации положений болонского процесса негативно отразилось на сохранении традиций его фундаментальности. К основным причинам этого относится:

- введение государственной итоговой аттестации в форме ОГЭ и ЕГЭ и отказ от устной формы аттестации, позволявшей проверить умения учащихся владеть математической речью и аргументацией при обосновании математических утверждений;
- перегрузка учителей, приводящая к тому, что у них нет возможности задуматься о «научной математической подоплеке», о сквозных идеях математики, об основных ее методах при сообщении ими ученикам нового материала;
- требование «до буквы» соблюдать календарный план приводит к тому, что учитель задает «типовое» домашнее задание, а ученики списывают его решение из «решебников», буквально заполонивших Интернет.

Эти и ряд других причин привели к тому, что во многих школах математической теории (определениям понятий, формулировкам и доказательству теорем, выделению методов решения задач и т.д.) не уделяется достаточного внимания. Такое обучение математике не создает условия для научения школьника думать, не развивает его личность средствами математики. Математика, являясь элементом общечеловеческой культуры, формирует интеллект обучающегося, расширяет его кругозор, является действенным средством умственного развития. Обучение математике развивает такие свойства интеллекта, как математическая интуиция, пространственное, логическое, образное мышление и, в конечном счете, способствует становлению и развитию научного мировоззрения будущих специалистов.

На практике мы видим, что происходит снижение уровня подготовки учащихся по математике, и особенно заметно это при общении со студентами как технических, так и педагогических университетов. Они не различают теорему и определение, не знают определений основных математических понятий, не умеют обосновывать свои решения и т.д. При этом некоторые студенты, объясняя свое нежелание работать с математической теорией, говорят: «Я не теоретик, я практик», то есть ему нужно показать образец решения, тогда он будет готов повторить решение аналогичного задания. Естественно, ни о каком осмысленном применении математического знания в таких условиях говорить не приходится.

Основная часть

Нельзя сказать, что требование фундаментализации образования в настоящее время игнорируется. Принятие ФГОС, выделение в нем универсальных учебных действий и метапредметных результатов обучения – это движение в направлении фундаментализации. При этом явно прослеживается тенденция перехода от фактологической формы обучения к методологической.

Однако, специфика математики состоит в том, что такой переход невозможен без определенного пусть минимального набора фактологических знаний: аксиом; базовых математических понятий, включая знания их определений и умения привести примеры и контрпримеры; знания доказательства тех теорем, которые являются краеугольными в некоторой математической теории. Выделение такого базового ядра школьного курса математики для любого профиля и уровня, без знания которого школьник не смог бы получить аттестат об образовании, является необходимым требованием для сохранения фундаментальности математического образования. Наряду с достижением этих «обязательных результатов обучения», важно заботиться о сохранении единого образовательного пространства в стране, развивающем характере математического знания и дальнейшем умственном совершенствовании личности средствами математики. На практике же мы наблюдаем снижение сложности задач ОГЭ и базового уровня ЕГЭ для того, чтобы получить «приемлемые» показатели успешности усвоения математики.

Еще одним необходимым требованием сохранения фундаментальности математического образования является создание условий для постижения школьниками метода математического моделирования как основного и отличительного метода математики. Отметим, что в ряде школьных учебников по математике, в частности, в учебниках под редакцией А.Г. Мордковича уже в 5 классе на примерах объясняется понятие математической модели, далее в 6 классе при решении задач на составление уравнений эта линия развивается выделением трех этапов математического моделирования. Важно при обучении математике уже в основной школе достичь понимания учащимися того факта, что метод математического моделирования является методологической основой математики и универсальным методом изучения реального мира с помощью математики. К сожалению, наши опросы показывают, что пока большинство обучающихся в школе и, в частности, педагогическом вузе не достигают понимания универсальности метода математического моделирования, как основного и отличительного инструмента математики.

В то же время, многие исследователи говорят о необходимости смены парадигмы математического образования, выражающейся в переходе от сложившейся многовековой математической деятельности как эвристического труда, основанного на обобщении предшествующего опыта, к новой технологии, в основе которой лежит исследование,

моделирование (как правило, при помощи компьютера) и проектирование [Каракозов, Рыжова, 2016, 24].

Смена парадигмы математического образования требует соответствующей подготовки учительских кадров. На третьем курсе студенты педагогического вуза, будущие учителя математики и информатики приступают к изучению курсов методики обучения математике и методики обучения информатике. Именно в этот период закладываются основы методической грамотности студентов – будущих учителей. В психолого-педагогической литературе *методическая грамотность* рассматривается как начальная ступень овладения педагогами профессиональной компетентностью и формой профессионального сознания. Одним из элементов методической грамотности студентов, на наш взгляд, должны стать готовность и умение студентов выполнения логико-математического и логико-дидактического анализа математического текста школьных учебников. Как известно, важное место в тексте школьных учебников математики отводится понятиям, теоремам, задачам и алгоритмам. Создание условий для развития у школьников способов и приемов усвоения понятий, доказательства теорем, решения задач и применения различных алгоритмов является составной частью методической грамотности педагога (будущего учителя математики и информатики).

Однако на практических и лабораторных занятиях по курсу методики обучения математике и другим «методическим» дисциплинам мы сталкиваемся с тем, что студенты не умеют читать школьный учебник, не владеют умением составлять интеллект-карты темы или раздела. Они не способны, зачастую, постигать смысл и значение нового, предметность знания, переходить от единичного к общему, излагать полученные знания «своими словами», выделять главное и структурировать изученное в соответствии с задачей использования, самостоятельно применять знания в вариативных ситуациях, то есть не готовы к осмысленному усвоению материала [Брейтигам, 2017, 19]. В тоже время хочется отметить их умение «сканировать», не вникая в его суть, текст, то есть отметить, «про что» говорится в тексте и определить его значимость для себя (далеко не всегда совпадающей с предложенной преподавателем). Такое положение заставило нас обратиться к понятию «смысловое чтение».

Смысловое чтение достаточно новое и быстро развивающееся понятие в педагогической науке. Его относительно быстрому «принятию» учеными-педагогами и педагогами-практиками, в частности, способствовало включение данного понятия в федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС) школьного образования различных уровней. Смысловое чтение рассматривается в них как универсальное учебное действие, которое нацелено на понимание обучающимися смыслового содержания текста, как один из основных способов работы с информацией, как средство воспитания и развития учащегося. Более того, смысловое чтение рассматривается в настоящее время как фундамент всех образовательных результатов, обозначенных в ФГОС. Отметим, что если судить по публикациям в научных журналах и материалам сети ИНТЕРНЕТ, то технология развития смыслового чтения для начальной школы хорошо разработана и активно внедряется в практику работы.

В то же время очевидно, что между смысловым чтением в младших классах школы и смысловым чтением в старших классах и в вузе есть значительная разница.

Смысловое чтение большинством авторов рассматривается как такое качество чтения, при котором достигается понимание информационной, смысловой и идейной сторон текста, то есть чтение с пониманием. Цель смыслового чтения – максимально точно и полно понять содержание текста, уловить все детали и практически осмыслить извлеченную информацию. Понимание очень личный, субъективный процесс. Понимание и интерпретация текста основаны

на его анализе обучающимися. Ученик, читая, мысленно выделяет структурные и логические единицы текста, выделяет те связи, которые есть между ними, а затем фиксирует это либо в плане, либо в интеллект-карте, либо в форме концепт-карты (она «представляет собой семантическую сеть, т.е. граф, в вершинах которого стоят понятия, а ребра графа фиксируют связь между ними» [Антонов и др., 2017, 139]), либо в таблице. Таким образом, ученик перекодирует информацию на другой, «свой» язык символов и знаков. Такая работа помогает всю полученную информацию привести в систему, получить целостное восприятие текста.

Мы обратились к раскрытию содержания понятия «смысловое чтение» с позиций: 1) более детального анализа роли смысла в этом понятии; 2) учета возрастных особенностей студентов, их жизненного и познавательного опыта при чтении ими учебных математических текстов; 3) учета специфики математического знания и учебных математических текстов; 4) решения задачи применения смыслового чтения для приобретения студентами методической грамотности.

Психологи А.Г. Асмолов, Б.С. Братусь, Д.А. Леонтьев, О.К. Тихомиров, относят понятие смысла к одному из центральных понятий современной психологии личности. Категория «смысл» рассматривается как категория деятельностного подхода в работах психологов Д.А. Леонтьева, А.С. Сухорукова, Е.Ю. Артемьевой, Ф.Е. Василюка, В.П. Зинченко, О.К. Тихомирова, в педагогических монографиях О.Ф. Васильевой, А.А. Попова и И.Д. Проскуровской. Известно также, что понятие «смысл» является категорией семиотики, где смысл рассматривается как содержание знаковой структуры. Для математики характерно наличие понятий высокого уровня абстракции и высоко формализованного символического языка. Семантика математического языка изучает отношение между языковыми образованиями и обозначаемыми ими объектами, она рассматривает язык с точки зрения *смысла, содержательного значения его выражений*.

С учетом субъект-объектной природы категорий «смысл» и его деятельностной природы при организации смыслового чтения текстов учебников математики, как в прочем и любого математического текста, на наш взгляд целесообразно учитывать ряд аспектов (составляющих). Первый – логико-семиотический аспект смыслового чтения. В соответствии с ним смысловое чтение подразумевает анализ содержания знакового выражения, интерпретацию словесного выражения в знаковое и наоборот, представление геометрического или схематического образа содержания текста или его части. Для постижения логико-семиотического аспекта при изучении методики работы с математическими понятиями следует специальное внимание уделить организации знаково-символической деятельности студентов (операции кодирования, замещения, схематизации, моделирования); умению их обнаруживать в тексте и применять при последующей организации усвоения математического понятия [Брейтигам, 2017, 20; Брейтигам, Кулешова, 2017, 12]. Одним из приемов достижения понимания математического текста, как уже отмечалось, является составление интеллект-карт или концепт-карт. Интеллект-карта или концепт-карта – это способ моделирования и визуализации логической структуры математического текста. Она позволяет представить графически логические и смысловые связи между основными математическими понятиями темы или раздела, отобразить структуру математического материала темы. Целесообразность их применения обусловлена спецификой человеческого мышления. Наше мышление не организовано как текст, линейно. Представление материала в форме радиантной структуры, то есть структуры, исходящей от центра к краям, постепенно разветвляющейся на более мелкие части, позволяет разделить главное и второстепенное в тексте, визуализировать связи между ведущими понятиями, получить целостное представление о материале. Именно такая структура наиболее органично отражает

наше реальное мышление. Интеллект-карты (концепт-карты) выступают средством визуализации имеющихся связей между основными элементами содержания текста. При их составлении активно работают оба полушария человеческого мозга. Составление интеллект-карт способствует запоминанию учебного материала, причем не просто отдельных его частей, а именно целостной структуры (блока) вместе с выделенными основными понятиями и связями между ними.

Второй аспект смыслового чтения – выявление структурно-предметной составляющей в тексте: выделение математической сущности изучаемого текста, его структуры, элементов и системы связей элементов структуры, позволяющей соотнести содержание каждого отдельного свойства с целостностью, то есть включение новой информации в систему сложившихся связей. Осмысленное усвоение текста предполагает установление фундаментальных математических идей, содержащихся в нем, выделение основных и вспомогательных понятий темы и установление существенных связей между ними. Средством выявления структурно-предметной составляющей смыслового чтения, помимо составления интеллект-карт, может служить диалог, позволяющий выделить содержательные связи данного понятия, и его место в изучаемой теории. К дидактическим особенностям диалога, направленного на выявление структурно-предметной составляющей смыслового чтения, по нашему мнению, относятся: 1) преобразование материала в крупные смысловые блоки, чтобы предоставлялась возможность целостно воспринимать предлагаемый учебный материал и раскрывать различные аспекты смысла понятий путем установления содержательных связей; 2) наличие вопросов, направленных на выявление смысловых аспектов понятия; 3) организация условий для развития математической речи обучающихся, в том числе с учетом особенностей смысловой структуры понятия, законов образования математических терминов, синтаксиса и семантики математического языка; 4) включение вопросов на рефлекссию, в частности вопросов на обоснование целесообразности изучения нового понятия, выбора способа решения задачи. При этом важны научная предыстория математического понятия, жизненный опыт обучающихся, содержательные связи с ранее изученными понятиями. Особо хотелось бы подчеркнуть именно выявление содержательных связей. В частности, рассматривая методику работы с понятиями-отношениями (параллельность, перпендикулярность, подобие и др.) обучающийся должен постичь специфику таких понятий:

- они описывают отношения между двумя или несколькими математическими объектами;
- они «не инструментальны», то есть для их применения к решению задач следует воспользоваться рядом признаков и свойств;
- их абстрактность связана с идеализацией: взаимоположение двух прямых (параллельность и перпендикулярность) и «похожестью формы» ряда объектов (подобие);
- их усвоение учащимися предполагает целенаправленное формирование образов данных понятий, опираясь на житейский опыт обучающихся.

Третий аспект смыслового чтения – личностный или психологический, отражающий субъективно устанавливаемые, ценностные моменты (связи между людьми, предметами и явлениями, окружающими человека в пространстве и времени), связанные с изучением математики. Сюда входит осмысление цели изучаемого текста, его значимости, перенос в сферу личного сознания и выявление возможности последующего использования в учебной или педагогической деятельности. Только в этом случае можно говорить о понимании текста и тем самым об обогащении смысловой сферы личности [Леонтьев, 2003].

В частности, все перечисленные выше аспекты явно обнаруживают себя в известном методическом требовании при введении математического понятия: единство триады «термин

→ определение → обозначение». При этом подразумевается также последующий анализ логической структуры определения и формирование образа (геометрического, символического) понятия.

Заключение

Таким образом, сочетание фундаментальности математического знания с организацией осмысленного усвоения, на наш взгляд, позволит в достаточной полной мере реализовать развивающую функцию математики как в школе, так и в вузе.

Библиография

1. Антонов А.Ю. и др. Трехстадийная модель использования облака тегов и концепт-карт в учебном процессе для работы с англоязычными текстами // Язык и культура. 2017. № 40. С. 138-150.
2. Брейтигам Э.К. Инструментарий обеспечения понимания учебного материала // Педагогический журнал. 2017. Том 7. № 6А. С. 18-23.
3. Брейтигам Э.К. Проблемы становления содержания математического образования в школе и вузе на современном этапе // Современные проблемы непрерывного педагогического образования. Барнаул, 2018. С. 234-250.
4. Брейтигам Э.К., Кулешова И.Г. Взаимосвязь знаково-символической деятельности и понимания при обучении математике // Дидактика математики: проблемы исследования. 2017. № 46. С. 7-17.
5. Каракозов С.Д., Рыжова Н.И. Обеспечение стабильности и развития образовательных систем в условиях трансформации ценностей // Преподаватель 21 века. 2016. №4. Т.2. С.15-27.
6. Концепция развития математического образования в Российской Федерации: Распоряжение Правительства Российской Федерации от 24.12.2013 № 2506-р.
7. Леонтьев Д.А. Психология смысла: природа, строение и динамика смысловой реальности. М.: Смысл, 2003. 487 с.
8. Салмина Н.Г. Знак и символ в обучении. М., 1988. 288 с.
9. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. Приказ об утверждении 1897.

Factors of implementation of the developmental function of mathematics when studying at school and university

Eleonora K. Breitigam

Doctor of Education, Professor,
Department of Algebra and methods of teaching mathematics,
Altai State Pedagogical University,
656031, 55, Molodezhnaya st., Barnaul, Russian Federation;
e-mail: bekle@yandex.ru

Irina G. Kuleshova

PhD in Pedagogy,
Associate Professor at the Department of Algebra and methods of teaching mathematics
Altai State Pedagogical University,
656031, 55, Molodezhnaya st., Barnaul, Russian Federation;
e-mail: ira-asau@yandex.ru

Abstract

The article discusses the implementation of the developmental function of mathematics in school and in high school. At the same time, the relevance of the requirement to preserve the fundamental nature of mathematical education at all levels of its implementation is noted; highlighted some negative trends in the current state of this problem. The success of the process of formation of methodological literacy of students due to their ability to semantic reading of mathematical texts. The content of the concept of “semantic reading” is considered from the standpoint of: 1) an analysis of the role of meaning in this concept; 2) the age characteristics of students, their life and cognitive experience when they read educational mathematical texts; 3) the specifics of mathematical knowledge and educational mathematical texts; 4) solving the problem of applying semantic reading for students to acquire methodological literacy. Considering the subject-object nature of the categories “meaning” and its activity-related nature, when organizing the semantic reading of texts, it is advisable to single out a number of aspects (components): logical-semiotic, structural-subject and personal. Intellect (maps) and specially organized dialogues serve as a tool for the disclosure of these aspects. The combination of such factors as the fundamental nature of mathematical knowledge and the organization of its meaningful mastering makes it possible to fully realize the developing function of mathematics at school and at the university.

For citation

Breitagam E.K., Kuleshova I.G. (2019) Faktory realizatsii razvivayushchei funktsii matematiki pri obuchenii v shkole i vuze [Factors of implementation of the developmental function of mathematics when studying at school and university]. *Pedagogicheskii zhurnal* [Pedagogical Journal], 9 (2A), pp. 176-184.

Keywords

Fundamental nature of mathematical education, methodical literacy, meaning, semantic reading, mind maps, meaningful mastery, developing function of mathematics, understanding.

References

1. Antonov A.Yu. et al. (2017) Trekhstadiinaya model' ispol'zovaniya oblaka tegov i kontsept-kart v uchebnom processe dlya raboty s angloyazychnymi tekstami [Three-stage model of using the tag cloud and concept cards in the educational process for working with English texts]. *Yazyk i kul'tura* [Language and Culture], 40, pp. 138-150
2. Breitigam E.K. (2017) Instrumentarii obespecheniya ponimaniya uchebnogo materiala [Tools for understanding training material]. *Pedagogicheskii zhurnal* [Pedagogical Journal], 7 (6A), pp. 18-23
3. Breitigam E.K. (2017) Problemy stanovleniya soderzhaniya matematicheskogo obrazovaniya v shkole i vuze na sovremennom etape [Problems of formation of the content of mathematics education in school and university at the present stage]. In: *Sovremennyye problemy nepreryvnogo pedagogicheskogo obrazovaniya* [Modern problems of continuous pedagogical education: a collective monograph]. Barnaul.
4. Breitigam E.K., Kuleshova I.G. (2017) Vzaimosvyaz' znakovogo-simvolicheskoy deyatel'nosti i ponimaniya pri obuchenii matematike [Interrelation of sign-symbolic activity and understanding in teaching mathematics]. *Didaktika matematiki: problemy issledovaniya: mezhdunarodnyi sbornik nauch rabot* [Didactics of mathematics: problems of research: international collection of scientific works], 46, pp. 7-17
5. *Federal'nyi gosudarstvennyi obrazovatel'nyi standart osnovnogo obshchego obrazovaniya. Prikaz ob utverzhdenii ot 17.12.2010 № 1897* [Federal State Educational Standard of Basic General Education. Order of approval 1897].
6. Karakozov S.D., Ryzhova N.I. (2016) Obespechenie stabil'nosti i razvitiya obrazovatel'nykh sistem v usloviyakh transformatsii tsennosti [Ensuring the stability and development of educational systems in conditions of value transformation]. *Prepodavatel' XXI vek* [Teacher of the 21st century], 4(2), pp. 15-27.
7. *Kontseptsiya razvitiya matematicheskogo obrazovaniya v Rossiiskoi Federatsii: Rasporyazhenie Pravitel'stva Rossiiskoi Federatsii ot 24.12.2013 № 2506-r* [Concept of the development of mathematical education in the Russian Federation].
8. Leont'ev D.A. (2003) *Psikhologiya smysla: priroda, stroenie i dinamika smyslovoi real'nosti* [Psychology of meaning:

- nature, structure and dynamics of semantic reality]. Moscow: Smysl Publ.
9. Salmina N.G. (1988) *Znak i simvol v obuchenii* [Sign and symbol in training]. Moscow: Publishing house of Moscow University.