УДК 37 DOI: 10.34670/AR.2020.45.49.008

Проблема преемственности в обучении математики: подходы к новой образовательной парадигме

Шастун Тамара Александровна

Кандидат педагогических наук,
учитель,
Шуваловская школа № 1448
119192, Российская Федерация, Москва Мичуринский просп., 5, к. 1;
e-mail: shastun-ta@yandex. ru

Глазьев Виктор Васильевич

Учитель,
Шуваловская школа № 1448
119192, Российская Федерация, Москва Мичуринский просп., 5, к. 1;
e-mail: shastun-ta@yandex. ru

Аннотация

В работе показано, что при проектировании образовательной траектории необходимо учитывать сложившуюся практику преподавания в части освоения абстрактных математических категорий. Так, например, необходимо рассмотреть само понятие бесконечности, определить, что такое бесконечное число шагов. При том, что ни у кого не вызывает сомнения бесконечность очень многих встречающихся объектов, само понятие бесконечности является сложным для понимания. Причина этому в самой этимологии слова «бесконечность» - что-то, не имеющее конца. Например, фраза: «проделано бесконечное множество шагов», малопонятна первокурснику. Таким образом, наиболее очевидной являетсся следующая схема преподавания данного материала: множество, бесконечные множества; - числовые последовательности, предел числовой последовательности; - предел функции, теоремы о пределах, первый и второй замечательные пределы; производная. Выведение формул производных основных элементарных функций; геометрический и физический смысл производной.

Такой план изложения материала позволяет повторить уже известные из курса элементарной математики понятия и вместе с тем органично соединить их с новым материалом, добиться более глубокого понимания производной – одного из ключевых понятий в курсе математического анализа.

Для цитирования в научных исследованиях

Шастун Т.А., Глазьев В.В. Проблема преемственности в обучении математики: подходы к новой образовательной парадигме // Педагогический журнал. 2020. Т. 10. № 2А. С. 70-77. DOI: 10.34670/AR.2020.45.49.008

Ключевые слова

Образовательное пространство, гуманитарная парадигма, молодежная политика, кадровое обеспечение, нравственное воспитание.

Введение

В настоящее время сложилась система непрерывного образования, которая имеет структуру, предусматривающую прохождение ступеней образования от дошкольного до послевузовского, при этом невозможно перейти на новую ступень не пройдя предыдущую. Такая система рассчитана так, что после успешного прохождения одной ступени образования, учащийся оказывается подготовленным к соответствующему продолжению обучения на следующей. В частности, подготовка к обучению в высших учебных заведениях осуществляется в средних учебных заведениях: школах, колледжах и других средних профессиональных учебных заведениях.

Основное содержание

Впервые вопрос о преемственности между средней и высшей ступенью обучения встал во второй половине XVIII века. Именно в этот период в Московском университете появилась самостоятельная кафедра математики. Преподаватели кафедры начали читать два курса лекций по математике. Они сразу же столкнулись с проблемой подготовленности молодых людей к математическому образованию в университете. Со временем в связи с проведением глубоких преобразований в области образования проблема усугублялась. Таким образом, возникла потребность в серьезном изучении проблемы преемственности между различными ступенями образования. Россия, несколько опередив в этом вопросе Европу, стала модернизировать гимназический курс и проводить активные реформы математического образования.

Конец XIX – начало XX веков ознаменовался активными реформами в мировом математическом образовании, которые были в центре внимания и передовых российских преподавателей математики. Эти вопросы обсуждались на первом и втором Всероссийских съездах преподавателей математики. Особо выделялся вопрос взаимоотношения средней и высшей школы.

Следует подчеркнуть несмотря на то, что со времен Всероссийских съездов прошло немало лет, а обсуждаемые на них вопросы о преемственности в системе математического образования остались актуальными до сих пор. Осмысление существа преемственности между средней и высшей ступенями образования позволило выделить в нем два основных аспекта:

- возможности школы в обеспечении необходимой подготовки молодых людей к продолжению образования в высших учебных заведениях;
- необходимость повышения качества обучения в высших учебных заведениях с учетом подготовленности студентов-первокурсников.

Остановимся подробнее на каждом из этих аспектов.

Первый аспект: возможности школы в обеспечении необходимой подготовки молодых людей к продолжению образования в высших учебных заведениях.

Модернизация современного школьного образования в России пошла по пути введения и расширения профильной дифференциации. В 2002 году была принята Концепция профильного образования на старшей ступени школьного обучения. Согласно ей становится задача создать гибкую систему профилей, направленных на реализацию преемственности между общим и профессиональным образованием. Богатое поле деятельности для обеспечения качественной подготовки по математике предоставляют разнообразные элективные курсы в рамках профильного обучения. Их можно условно разделить на три типа: 1) расширяющие; 2) углубляющие; 3) профильноориентированные.

Посредством расширяющих курсов обеспечивается лучшее усвоение программного материала, более глубокое его понимание. В качестве варианта можно предложить такие расширяющие элективные курсы: «Элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики», «Основы теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления», «Решение неравенств», «Аналитические методы решения геометрических задач» и др.

Углубляющие элективные курсы позволяют включить разделы математики, не входящие в программу, но позволяющие лучше подготовиться к изучению разделов высшей математики. К таким можно отнести следующие курсы: «Введение в функциональные уравнения», «Введение в теорию дифференциальных уравнений», «Целочисленные уравнения и методы их решения» и др.

У большинства учащихся, выбирающих нематематический профиль, бытует мнение, что в их дальнейшей профессии математика не пригодиться или пригодиться в гораздо меньшем объеме, чем они изучают. Это, к сожалению, сначала негативно влияет на мотивацию изучения предмета в школе, а затем пагубно отражается на продолжении обучения в высшем учебном заведении при изучении высшей математике. Учителя, преподающие в школе, обращают внимание на то, что стоит подойти неформально к содержанию курса математики, как в корне меняется отношение к ней учащихся. Существенным стимулом сформировать интерес к математике у учащихся является ее изучение с «профильной ориентацией». То есть на задачах прикладного характера, которые для каждого профиля могут быть «свои». Так, например, при изучении такого важного математического понятия как производная в учебниках по математике предлагается два классических примера ее применения: геометрический и физический смысл производной. Однако будущему экономисту геометрический и физический смысл производной вряд ли покажется важным. Поэтому в классах экономического профиля полезно показать экономический смысл производной: понятия эластичности и предельных показателей. В экономических исследованиях для обозначения производных часто пользуются специфической терминологией. Например, если f(x) есть производственная функция, выражающая зависимость выпуска какой-либо продукции от затрат фактора x, то f '(x) называют предельным продуктом; если g(x) есть функция издержек, т. е. функция g(x) выражает зависимость общих затрат от объема продукции x, то g'(x) называют предельными издержками. Эластичностью функции $E_x(y)$ называется предел отношения относительного приращения функции y к относительному приращению переменной x при $\Delta x \to 0$. Это позволит добавить несколько «красивых» задач экономического содержания, которые будущим экономистам продемонстрируют роль математики в его будущей профессии.

Особенную роль могут сыграть профильноориентированные элективные курсы. В рамках такого курса можно рассмотреть следующие вопросы: метод математического моделирования, решение линейного неравенства с двумя переменными на примере задачи линейного программирования, функции в экономике, задачи потребительского выбора, простые математические модели теории производства, понятие акцизного налога, различные задачи на проценты (как простые проценты, так и сложное начисление процентов), математические модели налогообложения физических лиц (пропорциональная, прогрессивная и линейная шкалы).

Взаимодействие математики и любой другой дисциплины (физики, экономики, биологии, химии и др.) приносит обоюдною пользу: математика получает широчайшее поле для разнообразных приложений, а профильные дисциплины – мощный инструмент для получения новых знаний. Наполнив содержание школьного курса математики иллюстрациями из соответствующих дисциплин, мы решаем сразу две серьезные задачи профильного обучения: вопрос мотивации изучения математики в классах нематематического профиля и проблему повышения уровня профориентационной компетентности.

Рассмотрим второй аспект: необходимость повышения качества обучения в высшем учебном заведении с учетом подготовленности студентов-первокурсников.

При обучении на нематематических специальностях изучаемый курс математики, чаще всего включает в себя элементы линейной алгебры и аналитической геометрии, математического анализа и дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики.

Но надо понимать, что любое сложное математическое понятие следует вводить тогда, когда выполнены следующие основные условия:

– у обучаемых имеется необходимый опыт для восприятия нового понятия;
– у обучаемых имеется потребность во введении нового понятия.

Так, например, изучение числовых рядов, скорее всего, будет вызывать трудности, поскольку согласно программам общеобразовательных школ прогрессии (фактически пропедевтика числовых рядов) изучаются в 9-м классе, причем весьма ознакомительно. Таким образом, первое условие нарушено, у студентов нет опыта для восприятия нового понятия. Поэтому, как нам кажется, целесообразно начинать изучение числовых рядов с повторения арифметической и геометрической прогрессий, с повторения основных формул и нескольких задач. И первая лекция «Числовые ряды: основные понятия» может иметь такой план:

– числовая последовательность на примере арифметической и геометрической прогрессий;
– несколько задач на составление формулы n-го члена прогрессии;
– формулы суммы n членов арифметической и геометрической прогрессий, сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии, доказательство сходимости бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
– введение понятия числового ряда.

Такой план изложения материала позволяет повторить арифметическую и геометрическую прогрессии с тем, чтобы восполнить недостающий опыт для введения нового понятия. Это даст возможность сблизить курс элективной математики с курсом математического анализа и на уже знакомых студентам моделях показать важные понятия теории рядов: арифметическая и геометрическая прогрессии являются примерами числовых последовательностей, а сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии – не что иное, как пример суммы числового ряда.

При изучении дифференциального исчислении функции одной переменной так же могут возникнуть трудности в силу некоторого поверхностного отношения к введению понятия производной в программе средних учебных заведений. Ведь в большинстве случаев производная без опоры на понятие предела (или формально через предел, но без определения самого понятия предела), и основной целью является выработать умение находить производные элементарных функций, пользуясь правилами и формулами дифференцирования. Опять нарушается первое условие, необходимое для введения нового понятия – не хватает опыта. Дело в том, что, не владея понятием предела функции, трудно осознанно изучать понятие производной. А, не изучив предел последовательности, трудно изучать редел функции.

На первом этапе можно рассмотреть несколько задач по теме множества. Таких задач неимоверно много, но разберем здесь, по нашему мнению, наиболее «изящные» из них. Решение каждой не занимает больше двух-трёх строчек, однако простота и красота действительно завораживает.

Например, вы администратор галактической гостиницы «Космос» со счетным числом номеров. В разгар туристского сезона свободных номеров нет. Внезапно приезжает вип-персона из галактики Лебедя. Что делать, куда эту персону поселить? Решение: так как множество номеров счётное, то для каждого номера n найдется номер (n + 1). Итак, попросим каждого туриста переселиться в номер на единичку больше. Получим, что №1 свободен. Туда и селим вип-персону.

Еще одна задача: туристский сезон закончен, все разъехались. Все номера заняли делегаты съезда экономистов (счетное число). Экономисты оказались очень разговорчивыми и съезд затянулся, а уже начали заезжать на свой съезд социологи (тоже счетное число). Ваши действия по организации расселения?

Решение: поселим всех экономистов в чётные номера, которых счётное число, а всех социологов — в нечётные номера, которых также счетное число.

Кроме того, встреча с бесконечными объектами также может вызывать трудности у студентов. На самом деле, строго говоря, понятие бесконечности знакомо из курса элементарной математики. Так уже знакомо бесконечное множество натуральных чисел или бесконечное множество точек, лежащих на одной прямой. Однако зачастую из всего множества натуральных чисел мы используем лишь его конечное подмножество, а от бесконечной прямой мы изображаем лишь ту ее часть, которая необходима для решения задачи, что, опять же представляет собой конечное подмножество.

Отметим, что не стоит отказываться от исторических или занимательных примеров, особенно при знакомстве с важными и сложными понятиями.

Еще в Древней Греции были замечены невероятные парадоксы бесконечности. И для начала — один из них: Гефест и Гермес затеяли игру. Гефест пишет огненными буквами на ночном небе первые 10 натуральных чисел — 1, 2, … , 10, а Гермес похищает наименьшее число и продаёт его. Затем Гефест пишет следующие 10 чисел, а Гермес вновь похищает наименьшее и продаёт. К утру они сделали бесконечное количество ходов, ведь боги способны на все. Так сколько же звезд увидят люди на небе перед рассветом? Вот тут и начинают твориться настоящие чудеса, ведь люди не увидят ни одной звезды! Доказательство совсем прозрачно — выберем любую из звезд. Так как Гермес сделал бесконечное число ходов, то он ее похитил. Парадокс, не так ли?

В данной задаче мы столкнулись с важным вопросом: можно ли считать, что одна бесконечность больше другой? Или: множество четных чисел меньше множества натуральных чисел или нет? И так, мы, используя пример, подошли к обоснованию некоторых неопределенностей.

Заключение

Таким образом, сначала необходимо рассмотреть само понятие бесконечности, разобраться, что такое бесконечное число шагов. При том, что ни у кого не вызывает сомнения бесконечность очень многих встречающихся объектов, само понятие бесконечности является сложным для понимания. Причина этому в самой этимологии слова «бесконечность» - что-то, не имеющее конца. Например, фраза: «проделано бесконечное множество шагов», малопонятна первокурснику.

В силу вышесказанного можно предложить следующий порядок изучения материала:

- множество, бесконечные множества;
- числовые последовательности, предел числовой последовательности;
- предел функции, теоремы о пределах, первый и второй замечательные пределы;
- производная. Выведение формул производных основных элементарных функций;
- геометрический и физический смысл производной.

Такой план изложения материала позволяет повторить уже известные из курса элементарной математики понятия и вместе с тем органично соединить их с новым материалом, добиться более глубокого понимания производной – одного из ключевых понятий в курсе математического анализа.

Библиография

1. Камалеева А. Р., Ноздрина Н. А. Научно-методические основы построения знаниевого конструкта как результата понятийного моделирования содержания естественнонаучных дисциплин// Проблемы современного педагогического образования. 2019. № 62-1. С. 132-136.
2. Ноздрина Н. А. Психолого-педагогические основы формирования познавательного интереса современных школьников в социуме//Брянск, 2012.
3. Ноздрина Н. А., Камалеева А. Р. К вопросу об организации дидактического управления колледжами технического профиля и процесс личностно-развивающего профессионального образования//European Social Science Journal. 2018. № 11. С. 397-401.
4. Ноздрина Н. А., Камалеева А. Р. Личностно- развивающееся профессиональное образование в современной России// European Social Science Journal. 2018. Т. 2. № 12. С. 263-267.
5. Ноздрина Н. А., Ларичева Е. А., Никитина К. С. К вопросу о ценностных ориентациях современной молодёжи (на примере студентов Брянского государственного технического университета)// Вестник Костромского государственного университета им. Н. А. Некрасова. Серия: Педагогика. Психология. Социальная работа. Ювенология. Социокинетика. 2015. Т. 21. № 4. С. 241-245.
6. Смирнова О. О. Методика формирования положительной я-концепции учеников сельских школ: обобщение опыта образовательного процесса коренного населения Австралии// Педагогический журнал. 2016. Т. 6. № 5В. С. 454-462.
7. Смирнова О. О., Смирнов О. А. Эволюция образовательного процесса коренного населения в сельских школах Аляски// Педагогический журнал. 2016. № 3. С. 222-230.
8. Хамидуллин Р. Я., Смирнова С. М. Преподавание естественно-научных дисциплин в сельских школах труднодоступных регионов Кении// Педагогический журнал. 2016. Т. 6. № 5В. С. 463-471.
9. Шастун Т. А., Смирнова С. М. Диалектика системных преобразований современного аграрного образования//Контекст и рефлексия: философия о мире и человеке. 2016. № 3. С. 116-125.
10. Смирнова О. О. Философские аспекты верификации педагогических гипотез в рамках дихотомии "город-село" Контекст и рефлексия: философия о мире и человеке. 2016. № 4. С. 163-171.

The problem of continuity in teaching mathematics: approaches to a new educational paradigm

Tamara A. Shastun

PhD in Pedagogy, Teacher,
Shuvalovskaya school number 1448
119192, Russian Federation, Moscow, Michurinsky prospekt, 5, building 1;
e-mail: shastun-ta@yandex. ru

Viktor V. Glaz’ev

Teacher,
Shuvalovskaya school number 1448
119192, Russian Federation, Moscow, Michurinsky prospekt, 5, building 1;
e-mail: shastun-ta@yandex. ru

Abstract

The work shows that when designing an educational trajectory, it is necessary to take into account the prevailing teaching practice in terms of mastering abstract mathematical categories. So, for example, it is necessary to consider the very concept of infinity, to determine what such an infinite number of steps. Despite the fact that no one doubts the infinity of so many found objects, the very concept of infinity is difficult to understand. The reason for this in the etymology of the word "infinity" is something that has no end. For example, the phrase: “an infinite number of steps have been done” is obscure to a freshman. Thus, the most obvious is the following teaching scheme for this material: set, endless sets; - numerical sequences, limit of the numerical sequence; - limit of function, limit theorems, first and second remarkable limits; derivative. Derivation of formulas for derivatives of basic elementary functions; the geometric and physical meaning of the derivative.

Such a plan of presentation allows you to repeat the concepts already known from the course of elementary mathematics and at the same time organically combine them with new material, to achieve a deeper understanding of the derivative - one of the key concepts in the course of mathematical analysis.

For citation

Shastun T.A., Glaz'ev V.V. (2020) Problema preemstvennosti v obuchenii matematiki: podkhody k novoi obrazovatel'noi paradigm [The problem of continuity in teaching mathematics: approaches to the new educational paradigm]. *Pedagogicheskii zhurnal* [Pedagogical Journal], 10 (2A), pp. 70-77. DOI: 10.34670/AR.2020.45.49.008

Keywords

Educational space, humanitarian paradigm, youth policy, staffing, moral education.

References

1. Kamaleeva A. R., Nozdrina N. A. Nauchno-metodicheskie osnovy postroeniya znanievogo konstrukta kak rezul'tata ponyatiinogo modelirovaniya soderzhaniya estestvennonauchnykh distsiplin// Problemy sovremennogo pedagogicheskogo obrazovaniya. 2019. № 62-1. S. 132-136.
2. Nozdrina N. A. Psikhologo-pedagogicheskie osnovy formirovaniya poznavatel'nogo interesa sovremennykh shkol'nikov v sotsiume//Bryansk, 2012.
3. Nozdrina N. A., Kamaleeva A. R. K voprosu ob organizatsii didakticheskogo upravleniya kolledzhami tekhnicheskogo profilya i protsess lichnostno-razvivayushchego professional'nogo obrazovaniya//European Social Science Journal. 2018. № 11. S. 397-401.
4. Nozdrina N. A., Kamaleeva A. R. Lichnostno- razvivayushcheesya professional'noe obrazovanie v sovremennoi Rossii// European Social Science Journal. 2018. T. 2. № 12. S. 263-267.
5. Nozdrina N. A., Laricheva E. A., Nikitina K. S. K voprosu o tsennostnykh orientatsiyakh sovremennoi molodezhi (na primere studentov Bryanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta)// Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta im. N. A. Nekrasova. Seriya: Pedagogika. Psikhologiya. Sotsial'naya rabota. Yuvenologiya. Sotsiokinetika. 2015. T. 21. № 4. S. 241-245.
6. Smirnova O. O. Metodika formirovaniya polozhitel'noi ya-kontseptsii uchenikov sel'skikh shkol: obobshchenie opyta obrazovatel'nogo protsessa korennogo naseleniya Avstralii// Pedagogicheskii zhurnal. 2016. T. 6. № 5V. S. 454-462.

7. Smirnova O. O., Smirnov O. A. Evolyutsiya obrazovatel'nogo protsessa korennogo naseleniya v sel'skikh shkolakh Alyaski// Pedagogicheskii zhurnal. 2016. № 3. S. 222-230.
8. Khamidullin R. Ya., Smirnova S. M. Prepodavanie estestvenno-nauchnykh distsiplin v sel'skikh shkolakh trudnodostupnykh regionov Kenii// Pedagogicheskii zhurnal. 2016. T. 6. № 5V. S. 463-471.
9. Shastun T. A., Smirnova S. M. Dialektika sistemnykh preobrazovanii sovremennogo agrarnogo obrazovaniya//Kontekst i refleksiya: filosofiya o mire i cheloveke. 2016. № 3. S. 116-125.
10. Smirnova O. O. Filosofskie aspekty verifikatsii pedagogicheskikh gipotez v ramkakh dikhotomii "gorod-selo" Kontekst i refleksiya: filosofiya o mire i cheloveke. 2016. № 4. S. 163-171.