

УДК 37

DOI: 10.34670/AR.2022.30.62.067

Оценка эффективности методики обучения математике

Сиротина Ирина Казимировна

Кандидат педагогических наук, доцент,
Ленинградский государственный университет имени А.С. Пушкина,
196605, Российская Федерация, Санкт-Петербург, Пушкин,
Петербургское шоссе, 10;
e-mail: i_sirotina@mail.ru

Аннотация

В статье с помощью методов математической статистики приведена оценка эффективности экспериментальной методики формирования математической культуры личности в педагогическом процессе. Для исследования выделены когнитивная, рефлексивная, коммуникативная и мотивационная сферы математической культуры обучающегося. С помощью ранговой корреляции Спирмена установлены взаимосвязи и взаимозависимости между выделенными сферами. Обосновано, что сформированность мотивационной, рефлексивной и коммуникативной сфер математической культуры оказывает непосредственное влияние на формирование когнитивной сферы обучающихся и тем самым значительно повышает уровень их математической подготовки. Установлено, что экспериментальная методика обучения обеспечивает непрерывное формирование математической культуры личности как целостности, так как развитие каждого из компонентов культуры прогрессирует по мере развития других ее компонентов и обеспечивает новый уровень ее существования и функционирования.

Для цитирования в научных исследованиях

Сиротина И.К. Оценка эффективности методики обучения математике // Педагогический журнал. 2022. Т. 12. № 1А. С. 518-526. DOI: 10.34670/AR.2022.30.62.067

Ключевые слова

Личность, математическая культура, сфера, взаимосвязи, педагогический эксперимент, динамика, ранговая корреляция, коэффициент, критерий, гипотеза.

Введение

Под математической культурой личности (МКЛ) мы понимаем систему обретенных личностью математических знаний, умений и навыков, а также форм и методов математической деятельности, которые, совершенствуясь в социокультурном процессе, оказывают влияние на структуру и внутренний мир личности [Сиротина, 2012]. Отличительная особенность нашего подхода к понятию математической культуры и процессу ее формирования состоит в том, что мы выделяем ядро МКЛ (компоненты когнитивной сферы: компетентностный, операциональный, креативный) и вспомогательные компоненты (ценностно-мотивационный, рефлексивный и коммуникативный), которые оказывают непосредственное влияние на процесс формирования ядра. Методика расчета сформированности когнитивной, рефлексивной, коммуникативной и мотивационной сфер математической культуры обучающихся приведена нами ранее в работе [Сиротина, 2021]. В данной статье на примере педагогического эксперимента (10 – 11 класс) изложим подход к оценке эффективности [Гласс, Стэнли, 1976; Ерунов, Бравичева, 2005] методики обучения математике.

Экспериментальный класс

Динамика формирования сфер МКЛ на трех условно выделенных этапах обучения (первый этап: сентябрь – октябрь, второй: ноябрь – декабрь, третий: январь – май) показана на рисунке 1.

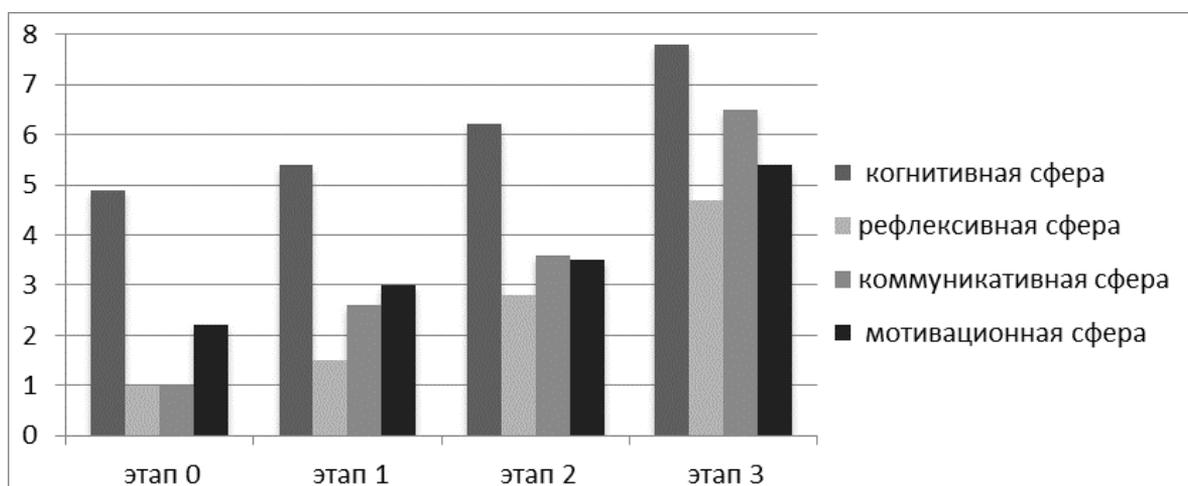


Рисунок 1 – Динамика формирования сфер МКЛ в экспериментальном классе

Первый и второй этапы относятся к начальной ступени интерактивного обучения, а третий – к основной. На начальной ступени рефлексивный, коммуникативный и мотивационный компоненты МКЛ были сформированы на низком уровне, а на основной ступени – на среднем. Уровень математической подготовки обучающихся (средний балл) изменился на 62,5%. Рефлексивный компонент формировался интенсивно (были задействованы все сферы рефлексивной деятельности), но рефлексивная деятельность вызывала наибольшую трудность для учащихся. Продуктивно формировался и коммуникативный компонент: учащиеся активно работали в группах коррекции и взаимодействия, была создана группа консультантов и аналитиков. В мотивационной сфере произошли существенные изменения: у 30 % обучающихся были развиты мотивы самообразования и широкие познавательные мотивы.

Взаимосвязи между сформированными компонентами МКЛ на заключительном этапе эксперимента установлены с помощью *ранговой корреляции Спирмена* [Середенко, Должикова, 2009]. Сформулированы гипотезы: H_0 : коэффициент ранговой корреляции равен нулю; H_1 : коэффициент корреляции отличен от нуля. Промежуточные расчеты представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Связь между сферами МКЛ в экспериментальном классе

	Когнитивная		Рефлексивная		Коммуникативная		Мотивационная	
	X_1	ранг	X_2	ранг	X_3	ранг	X_4	ранг
1	10	1,5	8	1	8	3,5	8	3
2	9	6,5	6	6	8	3,5	7	7
3	8	12,5	5	11,5	6	16,5	7	7
4	8	12,5	5	11,5	6	16,5	8	3
5	7	17,5	3	20	6	16,5	4	17
6	5	23,5	3	20	7	9,5	3	22
7	5	23,5	3	20	7	9,5	3	22
8	7	17,5	5	11,5	6	16,5	5	12,5
9	7	17,5	3	20	6	16,5	5	12,5
10	8	12,5	5	11,5	7	9,5	5	12,5
11	7	17,5	3	20	5	21,5	4	17
12	8	12,5	4	15	7	9,5	8	3
13	9	6,5	6	6	7	9,5	4	17
14	9	6,5	6	6	5	21,5	4	17
15	9	6,5	5	11,5	8	3,5	7	7
16	7	17,5	3	20	6	16,5	4	17
17	7	17,5	3	20	6	16,5	3	22
18	6	21,5	3	20	6	16,5	3	22
19	6	21,5	3	20	4	23,5	3	22
20	9	6,5	6	6	4	23,5	6	10
21	9	6,5	5	11,5	8	3,5	5	12,5
22	10	1,5	7	2,5	8	3,5	9	1
23	9	6,5	6	6	8	3,5	7	7
24	9	6,5	7	2,5	7	9,5	7	7

Коэффициенты ранговой корреляции [Гмурман, 2003; Середенко, Должикова, 2009] представлены в таблице 2 и рассчитаны по формуле:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2 + \frac{1}{12} \sum (t_j^3 - t)}{n^3 - n},$$

где n – количество ранжируемых показателей; d_i – разность рангов, присвоенных i -му испытуемому; t_j – число факторов с равными рангами, составляющих j -ю группу.

Таблица 2 – Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена в экспериментальном классе

Сферы МКЛ	Когнитивная	Рефлексивная	Коммуникативная	Мотивационная
Когнитивная	1	0,91	0,60	0,75

Сферы МКЛ	Когнитивная	Рефлексивная	Коммуникативная	Мотивационная
Рефлексивная		1	0,48	0,71
Коммуникативная			1	0,50
Мотивационная				1

При уровне значимости 0,05 по таблице Стьюдента [Бородич, 2014] найдено $T_{кр} = t_{0.025; 22} = 2,074$.

По формуле

$$T_{набл} = p_{xy} \frac{\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-p_{xy}^2}}$$

получено:

$$T_1 = \frac{0,91 \cdot 4,69}{0,41} = 10,41 ;$$

$$T_2 = \frac{0,68 \cdot 4,69}{0,73} = 4,37 ;$$

$$T_3 = \frac{0,75 \cdot 4,69}{0,66} = 5,33 ;$$

$$T_4 = \frac{0,48 \cdot 4,69}{0,94} = 2,39 ;$$

$$T_5 = \frac{0,7 \cdot 4,69}{0,71} = 4,62 ;$$

$$T_6 = \frac{0,5 \cdot 4,69}{0,87} = 2,69 .$$

Так как во всех случаях $T_{набл} > T_{кр}$, то нулевая гипотеза отвергается и принимается альтернативная, следовательно, все коэффициенты корреляции статистически значимы.

Проанализируем связи между ядром МКЛ и вспомогательными компонентами: между когнитивной и рефлексивной сферой – связь прямая и очень сильная; когнитивной и мотивационной – прямая и сильная; когнитивной и коммуникативной – связь средней силы. Связи между вспомогательными компонентами: рефлексивной и мотивационной – прямая и сильная; рефлексивной и коммуникативной, а также коммуникативной и мотивационной – умеренная.

Контрольный класс

В контрольном классе (рисунок 2) на протяжении всего периода обучения рефлексивный, коммуникативный и мотивационный компоненты МКЛ были сформированы на низком уровне.

Уровень математической подготовки обучающихся (средний балл) изменился на 31%. В

рефлексивной сфере произошли некоторые изменения: обучающиеся научились осуществлять ситуативную рефлексия. В коммуникативной сфере существенных изменений не наблюдалось: обучающиеся обращались за помощью к учителю и очень редко друг к другу. В мотивационной сфере существенных изменений не произошло, так как изначально были развиты непосредственно-побуждающие и перспективно-побуждающие мотивы (желание получить хорошую отметку в аттестате и поступить в вуз).

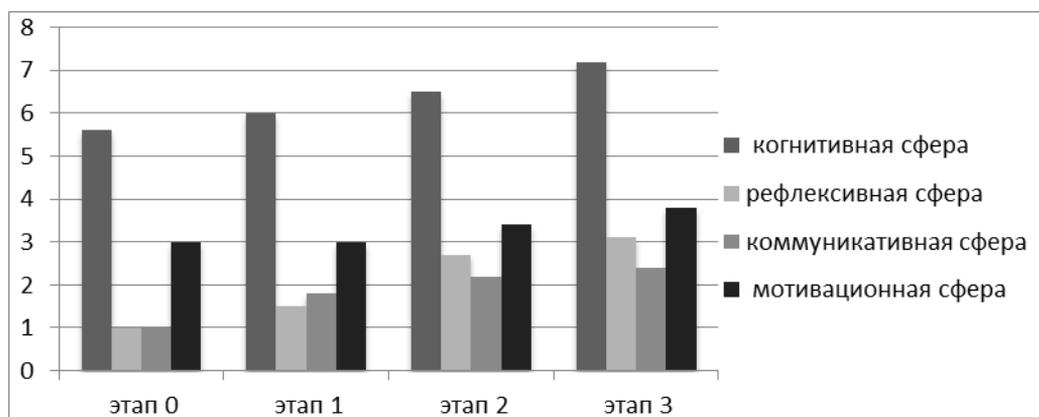


Рисунок 2 – Динамика формирования сфер МКЛ в контрольном классе

Расчеты коэффициентов ранговой корреляции Спирмена для контрольного класса представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Связь между сферами МКЛ в контрольном классе

	Когнитивная		Рефлексивная		X_1 и X_2	Коммуникативная		X_1 и X_3	Мотивационная		X_1 и X_4
	X_1	ранг	X_2	ранг		X_3	ранг		X_4	ранг	
1	8	5	4	3,5	2,25	4	1,5	12,25	5	3	4
2	10	1	4	3,5	6,25	3	5,5	20,25	4	8,5	56,25
3	7	10	3	10	0	1	16	36	4	8,5	2,25
4	8	5	3	10	25	2	11,5	42,25	4	8,5	12,25
5	6	13	3	10	9	2	11,5	2,25	2	16	9
6	6	14	2	15,5	2,25	2	11,5	6,25	4	8,5	30,25
7	6	15	3	10	25	3	5,5	90,25	4	8,5	42,25
8	7	10	2	15,5	30,25	1	16	36	3	13	9
9	7	10	3	10	0	2	11,5	2,25	4	8,5	2,25
10	8	5	2	15,5	110,25	2	11,5	42,25	5	3	4
11	6	16	2	15,5	0,25	1	16	0	2	16	0
12	8	5	3	10	25	3	5,5	0,25	5	3	4
13	6	17	4	3,5	182,25	3	5,5	132,25	3	13	16
14	7	10	4	3,5	42,25	2	11,5	2,25	2	16	36
15	7	10	3	10	0	3	5,5	20,25	3	13	9
16	8	5	4	3,5	2,25	3	5,5	0,25	5	3	4
17	9	2	4	3,5	2,25	4	1,5	0,25	5	3	1
		153		153	464,5		153	445,5	129	153	241,5
		30		50,5			37,5			31,5	
r_s					0,41			0,44			0,69

По таблице Стьюдента [Бородич, 2014] при уровне значимости 0,05 найдено $T_{кр} = t_{0,025;15} = 2,131$. По формуле

$$T_{набл} = r_{xy} \frac{\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}}$$

получено:

$$T_1 = \frac{0,41 \cdot 3,87}{0,912} = 1,74$$

$$T_2 = \frac{0,44 \cdot 3,87}{0,90} = 1,89$$

$$T_3 = \frac{0,69 \cdot 3,87}{0,72} = 3,70$$

Коэффициенты корреляции 0,41 и 0,44 статистически не значимы, а коэффициент 0,69 статистически значим, следовательно, между когнитивной и мотивационной сферами МКЛ существует прямая связь средней силы.

Сравнительный анализ динамики формирования математической культуры обучающихся на протяжении учебного года показал, что в экспериментальном классе когнитивная сфера обучающихся в среднем формировалась в 1,24 раза быстрее, чем в контрольном классе, рефлексивная – в 1,5 раза быстрее, коммуникативная – в 2,7 раза быстрее, мотивационная – в 1,15 раза быстрее.

Оценка различий результатов обучения

Для оценки различий результатов математической подготовки обучающихся экспериментального и контрольного классов использовался критерий Вилкоксона-Манна-Уитни [Гмурман, 2003].

На уровне значимости 0,05 проверена гипотеза H_0 : уровень признака во второй выборке не ниже уровня признака в первой выборке. Альтернативная гипотеза: H_1 : уровень признака во второй выборке ниже уровня признака в первой выборке.

Эмпирическое значение критерия Манна-Уитни найдено по формуле:

$$U = \sum_{i=1}^N a_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N b_i,$$

где a_i – число членов экспериментальной группы, правильно решивших строго большее число задач, чем i -й член контрольной группы; b_i – число членов экспериментальной группы, решивших такое же число задач, что и i -й член контрольной группы.

Эмпирическое значение критерия Вилкоксона найдено по формуле:

$$W_{\text{эмп}} = \frac{|0.5 \cdot N \cdot M - U|}{\sqrt{N \cdot M \cdot (N + M + 1)/12}},$$

где N и M – число членов контрольной и экспериментальной групп.

Промежуточные расчеты приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Результаты измерения уровня знаний в контрольной и экспериментальной группах

Учащиеся	Контрольная группа	$a_i + b_i / 2$	Экспериментальная группа	Контрольная группа	$a_i + b_i / 2$	Экспериментальная группа
	0 этап			3 этап		
1	7	3	8	8	12	10
2	6	5,5	6	10	1	9
3	6	5,5	5	7	17	8
4	6	5,5	4	8	12	8
5	5	10,5	3	6	22	7
6	5	10,5	3	6	22	5
7	5	10,5	3	6	22	5
8	5	10,5	3	7	17	7
9	5	10,5	5	7	17	7
10	5	10,5	5	8	12	8
11	5	10,5	3	6	22	7
12	6	5,5	5	8	12	8
13	5	10,5	5	6	22	9
14	6	5,5	7	7	17	9
15	7	3	6	7	17	9
16	6	5,5	5	8	12	7
17	6	5,5	3	9	6	7
18			3			6
19			3			6
20			5			9
21			7			9
22			8			10
23			6			9
24			4			9
U		128,5			262	

Заключение

Так как до начала эксперимента $W_{\text{эмп}} = 1,998 > W_{\text{кр}} = 1,96$, то достоверность различий сравниваемых выборок составляет 95%. На заключительном этапе эксперимента $W_{\text{эмп}} = 1,535 \leq 1,96$, следовательно, характеристики сравниваемых выборок совпадают с уровнем значимости 0,05. Так как начальные состояния экспериментальной и контрольной групп по статистическому критерию Вилкоксона-Манна-Уитни различаются, а конечные – совпадают, то можно сделать вывод, что *изменения в математической подготовке обучающихся обусловлены применением экспериментальной методики обучения.*

Полученные экспериментально результаты исследования подтверждают эффективность разработанной нами методики формирования математической культуры обучающихся.

Библиография

1. Бородич С.А. Эконометрика. Минск: Новое знание; М.: ИНФРА-М, 2014. 329 с.
2. Гласс Дж., Стэнли Дж. Статистические методы в педагогике и психологии. М.: Прогресс, 1976. 496 с.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. 9-е изд., стер. М.: Высшая школа, 2003. 479 с.
4. Ерунов В.П., Бравичева О.С. Оценка эффективности функционирования образовательного процесса в вузе // Вестник ОГУ. 2005. № 10. Том 1. С. 191-197.
5. Игнатьева И.В. Активизация познавательной деятельности студентов на лекциях по математике // Перспективы науки. 2014. № 9 (60). С. 22-24.
6. Икрамов Дж. Теория и практика развития математической культуры школьников. Ташкент: Укитувчи, 1983. 123 с.
7. Кашлев С.С. Интерактивные методы обучения. Минск: ТетраСистемс, 2011. 224 с.
8. Середенко П.В., Должикова А.В. Методы математической статистики в психолого-педагогических исследованиях. 2-е изд., испр. и доп. Южно-Сахалинск: СахГУ, 2009. 52 с.
9. Сиротина И.К. Методика расчета сформированности сфер математической культуры обучающихся // Широков О.Н. и др. (ред.) Материалы Всероссийской научной конференции «Развитие современного образования в контексте педагогической компетентологии». Чебоксары: Среда, 2021. С. 79-82.
10. Сиротина И.К. Модель формирования математической культуры личности // Народная асвета. 2012. № 7. С. 23-28.

Evaluation of the efficiency of the method of teaching mathematics

Irina K. Sirotina

PhD in Pedagogy, Associate Professor,
Leningrad State University named after A.S. Pushkin,
196605, 10 Peterburgskoe shosse, Pushkin, Saint Petersburg, Russian Federation;
e-mail: i_sirotina@mail.ru

Abstract

The article evaluates the effectiveness of the experimental methodology for the formation of a person's mathematical culture in the pedagogical process using the methods of mathematical statistics. For the study, the cognitive, reflective, communicative and motivational spheres of the student's mathematical culture are singled out. With the help of Spearman's rank correlation, relationships and interdependencies between the selected areas were established. It is substantiated that the formation of the motivational, reflexive and communicative spheres of mathematical culture has a direct impact on the formation of the cognitive sphere of students and thereby significantly increases the level of their mathematical training. It is established that the experimental teaching methodology ensures the continuous formation of the mathematical culture of the individual as an integrity, since the development of each of the components of the culture progresses with the development of its other components and provides a new level of its existence and functioning.

For citation

Sirotina I.K. (2022) Otsenka effektivnosti metodiki obucheniya matematike [Evaluation of the efficiency of the method of teaching mathematics]. *Pedagogicheskii zhurnal* [Pedagogical Journal], 12 (1A), pp. 518-526. DOI: 10.34670/AR.2022.30.62.067

Keywords

Personality, mathematical culture, sphere, relationships, pedagogical experiment, dynamics, rank correlation, coefficient, criterion, hypothesis.

References

1. Borodich S.A. (2014) *Ekonometrika* [Econometrics]. Minsk: Novoe znanie; Moscow: INFRA-M Publ.
2. Erunov V.P., Bravicheva O.S. (2005) Otsenka effektivnosti funktsionirovaniya obrazovatel'nogo protsessa v vuze [Evaluation of the effectiveness of the functioning of the educational process at the university]. *Vestnik OGU* [Bulletin of Orenburg State University], 10 (1), pp. 191-197.
3. Glass Dzh., Stenli Dzh. (1976) *Statisticheskie metody v pedagogike i psikhologii* [Statistical methods in pedagogy and psychology]. Moscow: Progress Publ.
4. Gmurman V.E. (2003) *Teoriya veroyatnostei i matematicheskaya statistika* [Theory of Probability and Mathematical Statistics], 9th ed. Moscow: Vysshaya shkola Publ.
5. Ignat'eva I.V. (2014) Aktivizatsiya poznavatel'noi deyatel'nosti studentov na lektsiyakh po matematike [Activation of cognitive activity of students at lectures in mathematics]. *Perspektivy nauki* [Prospects of science], 9 (60), pp. 22-24.
6. Ikramov Dzh. (1983) *Teoriya i praktika razvitiya matematicheskoi kul'tury shkol'nikov* [Theory and practice of the development of mathematical culture of schoolchildren]. Tashkent: Ukituvchi Publ.
7. Kashlev S.S. (2011) *Interaktivnye metody obucheniya* [Interactive teaching methods]. Minsk: TetraSistems Publ.
8. Seredenko P.V., Dolzhikova A.V. (2009) *Metody matematicheskoi statistiki v psikhologo-pedagogicheskikh issledovaniyakh* [Methods of mathematical statistics in psychological and pedagogical research], 2nd ed. Yuzhno-Sakhalinsk: Sakhalin State University.
9. Sirotina I.K. (2021) Metodika rascheta sformirovannosti sfer matematicheskoi kul'tury obuchayushchikhsya [Methodology for calculating the formation of spheres of mathematical culture of students]. In: Shirokov O.N. et al. (eds.) *Materialy Vserossiiskoi nauchnoi konferentsii "Razvitie sovremennogo obrazovaniya v kontekste pedagogicheskoi kompetentsiologii"* [Proc. All-Russian Conf. "Development of Modern Education in the Context of Pedagogical Competence"]. Cheboksary: Sreda Publ., pp. 79-82.
10. Sirotina I.K. (2012) Model' formirovaniya matematicheskoi kul'tury lichnosti [Model of the formation of the mathematical culture of personality]. *Narodnaya asveta* [People's education], 7, pp. 23-28.