

УДК 378.4

DOI: 10.34670/AR.2026.82.63.021

Математические задачи как средство развития умственных способностей студентов при изучении дисциплин математического цикла

Матвеева Елена Владимировна

Кандидат физико-математических наук, доцент,
Дальневосточный государственный университет путей сообщения,
680021, Российская Федерация, Хабаровск, ул. Серышева, 47;
e-mail: gabitus-ev@mail.ru

Мурая Елена Николаевна

Кандидат технических наук, доцент,
Дальневосточный государственный университет путей сообщения,
680021, Российская Федерация, Хабаровск, ул. Серышева, 47;
e-mail: elena_muray22@mail.ru

Аннотация

В статье рассматривается проблема развития умственных способностей студентов вуза средствами математики. Актуальность данного исследования определяется имеющимися законодательными документами: Указом Президента РФ «О национальных целях развития Российской Федерации до 2030 года», Федеральным законом «Об образовании в Российской Федерации», Концепцией развития российского математического образования в Российской Федерации. Особое внимание уделено проблеме развития умственных способностей студентов в результате математической деятельности. Целью исследования является определить понятие способностей, в частности, умственных способностей человека, и рассмотреть один из способов их развития в рамках обучения в высших учебных заведениях. В работе рассматриваются математические задачи как средство развития умственных способностей студентов технических вузов на примере изучения темы «Непрерывность функции одного переменного».

Для цитирования в научных исследованиях

Матвеева Е.В., Мурая Е.Н. Математические задачи как средство развития умственных способностей студентов при изучении дисциплин математического цикла // Педагогический журнал. 2026. Т. 16. № 1А. С. 182-189. DOI: 10.34670/AR.2026.82.63.021

Ключевые слова

Умственные способности, обучение, решение задач, непрерывность функции, классификация способностей, мышление.

Способности развиваются тем успешнее, чем чаще в своей деятельности человек добирается до потолка своих возможностей и постепенно поднимает этот «потолок» все выше и выше.

Б.Н. Никитин.

Введение

В современном обществе выпускник высшего учебного заведения должен не только обладать большим багажом знаний, но и быть способен к применению полученных знаний на практике при решении производственных задач, в том числе и к разрешению нестандартных ситуаций.

Целью российского высшего образования является создание условий для самореализации студентов в образовательном процессе и развитие у них готовности быть субъектом продуктивной, самостоятельной деятельности на всех этапах их жизни.

Достижение этой цели неразрывно связано с развитием умственных способностей студентов, успешностью научно-исследовательской деятельности студентов [Солдатов, 2023] и развитием творческого потенциала личности в целом [Жуков, 2022], [Кругликова, Матвеева, 2015] и [Матвеева, Кругликова, 2024].

Материалы и методы исследований

Материалами для исследования послужили научные труды российских ученых по теории и методике преподавания математики в российской системе высшего образования.

В исследовании в основном использовались описательные, сравнительные, обобщающие и библиографические методы анализа.

Результаты и обсуждения

Термин «способность» используется для обозначения таких индивидуальных характеристик психики, от которых зависит возможность реализации и степень успешности деятельности. Способности не даются природой в готовом виде: врожденная предрасположенность – лишь одно из условий очень сложного процесса формирования и развития способностей. Развитие способностей требует знания, умения и овладения ими, а затем творческого применения. Каждый человек отличается уникальностью своих способностей.

Особенно важно понимать, что одной из главных задач образования и обучения является всестороннее развитие способностей, что одновременно подразумевает выявление индивидуальных различий в способностях. При этом считается, что нет ни одного нормального человека, не способного к определенным видам деятельности.

Анализ научной литературы позволил нам определить понятие способности [Теплов, 1987, с. 34]. Способности определяются как индивидуальные психологические характеристики, выражающие готовность человека к освоению определенных видов деятельности и их успешному выполнению.

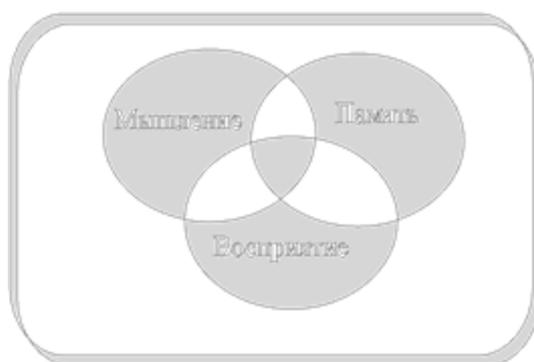
Существует различные подходы к классификации способностей. Рассмотрим несколько из них (табл. 1).

Таблица 1 - Классификации способностей

| | | |
|---|--|--|
| 1 | Естественные способности | Память |
| | | Восприятие |
| | | Мышление |
| | Специфические (социальные) способности | Речь |
| | | Теоретическое мышление |
| | | Творчество |
| 2 | Высшие интеллектуальные способности | Профессиональные навыки |
| | | Умственные способности |
| | | Память |
| | Специальные способности | Речь |
| | | Математические способности |
| | | Музыкальные способности |
| 3 | Теоретические способности | Художественные способности |
| | | Способности к анализу информации |
| | | Логическое мышление |
| | Практические способности | Способность выдвигать гипотезы |
| | | Способность применять знания на практике |
| | | Организаторские способности |
| | | Ремесленные способности |

Жизнь показывает, что наряду со специфическими видами таланта (к музыке, рисованию, математике и т.д.) существует более широкая общая умственная одаренность, влияющая на результаты многих видов деятельности, где требуются достоинства ума.

Умственные способности человека, определяющие потенциал человека представлены на рис.1.

**Рисунок 1- Умственные способности, определяющие потенциал человека**

Остановимся более подробно на видах умственных способностей и их компонентах.

Таблица 2- Виды умственных способностей

| Умственные способности | Компоненты умственных способностей |
|------------------------|---|
| Мышление | Глубина ума |
| | Широта ума |
| | Гибкость ума |
| | Целенаправленность мышления |
| | Склонность к исследованиям и поиску закономерностей |
| | Доказательность |

| Умственные способности | Компоненты умственных способностей |
|------------------------|------------------------------------|
| | Самостоятельность |
| | Объективность |
| | Краткость и ясность |
| Память | Готовность памяти |
| | Организованность памяти |
| Восприятие | Сообразительность |
| | Оригинальность |
| | Любознательность и пытливость |
| | Интуиция |

Все эти индивидуальные особенности ума человека «возникли в процессе труда, в труде же они формируются и развиваются». Обращаем внимание, что для развития способностей деятельность человека должна удовлетворять определенным критериям (рис. 2). Деятельность, удовлетворяющая всем четырем предложенным критериям, является наиболее благоприятной для развития способностей человека в процессе деятельности.

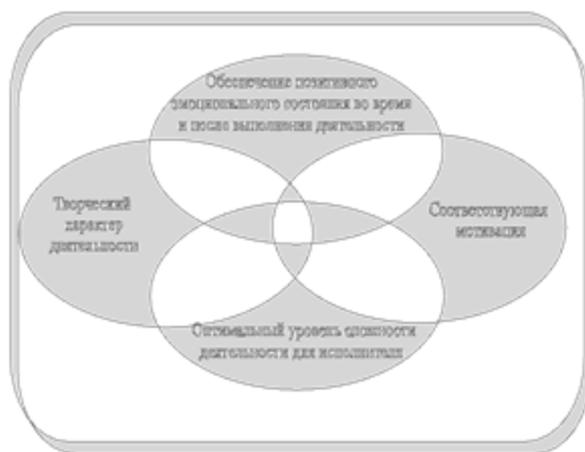


Рисунок 2 - Критерии деятельности

Образование в основном активизирует умственные способности, логическое мышление, теоретическое мышление, память, восприятие, речь, способности к анализу информации, профессиональные навыки [Куракин и др., 2021].

В высшем учебном заведении на первый план выходят именно общие умственные способности студента, и одной из главных и важнейших задач образования является задача развития у студентов этих способностей.

Мышление и умственные способности формируются в процессе изучения всех академических дисциплин, на протяжении всей жизни человека. Однако, очевидно, что изучение математики играет первостепенную и очень важную роль в формировании мышления и умственных способностей.

Наиболее эффективным средством развития умственных способностей студентов в рамках изучения предметов математического цикла в высших учебных заведениях являются математические задачи, в процессе решения которых применяется множество мыслительных навыков:

- анализа данной ситуации, выявления скрытых свойств ситуации, сравнения данных и требуемой задачи с ранее решенными задачами;

- разработки простых математических моделей, проведения мыслительных экспериментов;
 - синтеза подборки полезной информации для задачи, ее систематизации;
 - формализации своих мыслей в краткой и понятной текстовой форме, символически, графически и т.д.;

- объективной оценки результатов, полученных при решении задач, обобщения или специализации результатов решения задач.

А.Ф. Эсаулов подразделяет задачи на следующие виды: задачи, рассчитанные на воспроизведение, алгоритмические задачи; задачи, решение которых приводит к новой, неизвестной до этого мысли, идее; творческие задачи [Эсаулов, 1972]. Лишь при решении задач двух последних видов происходит развитие умственных способностей студентов.

В рамках темы «Непрерывность функции одного переменного» на занятиях по математике в вузе предлагаем рассмотреть следующие задачи, отвечающие двум последним видам [Виноградова, Олехник, Садовничий, 2001] и [Задачник..., 1971].

1) *Задачи, содержащие элементы исследования.*

Пример 1. Привести пример функции действительного переменного, определенной для всех значений x и непрерывной только в точке $x = 0$.

Пример 2. Привести пример действительной функции $f(x)$, такой, что $f(x)$ терпит разрыв во всех точках отрезка $[0;1]$, а функция $|f(x)|$ непрерывна на $[0;1]$.

$$f(x) = \begin{cases} 1/x - \operatorname{ctg} x, & x \neq 0, \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

Пример 3. При каком значении параметра a функция непрерывна в точке $x = 0$.

Пример 4. При каких значениях параметров p и $q > 0$ функция

$$f(x) = \begin{cases} |x|^p \cdot \cos \frac{\pi}{|x|^q}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

непрерывна в точке $x = 0$.

Пример 5. Построить график функции $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{1 + x^n}$, предварительно исследовав данную функцию на непрерывность.

2) *Задачи на доказательство.* В ходе решения таких задач улучшаются навыки логического мышления студентов.

Пример 6. Доказать, что если функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны на отрезке $[a;b]$ и $\varphi_1(x) = \max\{f, g\}$, $\varphi_2(x) = \min\{f, g\}$, то и функции $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$ также непрерывны на отрезке $[a;b]$.

3) *Задачи на отыскание ошибок.* Такие задачи приучают студентов обращать внимание на тонкости математических понятий, связи в логических рассуждениях и учат формулировать рассуждения с математической строгостью.

Пример 7. Можно ли формулировать определение непрерывности функции в точке x_0

следующим образом: функция $f(x)$ называется непрерывной в точке x_0 , если для любого ε найдется $\delta > 0$, такое, что как только $|x - x_0| < \delta$, то будет $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$?

4) *Занимательные задачи.* Для «оживления» занятий иногда требуются несложные, но интересные задачи и упражнения.

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 3}.$$

Пример 8. Построить график функции

Пример 9. Найти непрерывные на множестве действительных чисел функции, для которых:

а) $f(x) \equiv f(2x)$; б) $f(x_1 + x_2) \equiv f(x_1) + f(x_2)$.

Пример 10. Привести пример функций $f(x)$ и $g(x)$ таких, что сложная функция $f(g(x))$ непрерывна в точке x_0 , а функция $g(f(x))$ терпит разрыв в точке x_0 .

5) *Отыскание различных вариантов решения задачи и выбор лучшего из них.* В процессе поиска различных вариантов решения одной задачи и выбора лучшего из них развивается гибкость мышления студентов.

Пример 11. Исследовать функцию $f(x) = \sin 3x$ на непрерывность: а) используя определение непрерывности функции; б) пользуясь теоремой о непрерывности сложной функций.

б) *Составление задач студентами.* Самостоятельное составление (структурирование) математических задач стимулирует осознанное изучение математики и развитие умственных способностей студентов. Кроме того, поощряется самостоятельность и развивается творческая умственная деятельность.

Заключение

Таким образом, при систематизированном подходе к подбору математических задач на занятиях по математике в вузе, создаются наиболее благоприятные условия для самореализации студентов в образовательном процессе и развития у них готовности быть субъектом продуктивной, самостоятельной деятельности на всех этапах их жизни.

Библиография

1. Виноградова И. А., Олехник С. Н., Садовничий В. А. Задачи и упражнения по математическому анализу: Пособие для университетов, пед. вузов: В 2 ч. / под ред. В. А. Садовничего. Москва: Дрофа, 2001. Ч. 1: Дифференциальное и интегральное исчисление. 725 с.
2. Жуков С. М. Система критериев оценки творческого потенциала студентов высшей школы // Педагогическое образование. 2022. Т. 3, № 9. С. 11-14.
3. Задачник по курсу математического анализа. Учеб. пособие для студентов заочн. отделений физ.-мат. фак-тов пединститутов. Ч. I / под ред. Н. Я. Виленкина. Москва: Просвещение, 1971. 343 с.
4. Кравцова Н. А., Ерофеева О. Н., Денисенко И. С. Образовательные технологии и повышение качества образовательного процесса будущих инженеров железнодорожного транспорта // Педагогический журнал. 2023. Т. 13, № 5А. С. 265-274.
5. Кругликова О. В., Матвеева Е. В. Применение метода эвристических вопросов для развития творческих способностей студентов при изучении математики // Вестник ТОГУ: Философия, культурология и педагогика. 2015. № 4(39). С. 293-300.
6. Куракин В. А., Шагинов Д. Ю., Тестова С. С., Соловьев А. Р., Потоцкий Д. Э., Доркина К. О., Старкова Д. В., Красильникова Т. Д. Способности и характер человека // Инновации. Наука. Образование. 2021. № 48. С. 1915-

1922.

7. Матвеева Е. В., Кругликова О. В. Эвристические методы как средство развития творческого мышления студентов при изучении дисциплин математического цикла // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Гуманитарные науки. 2024. № 1-2. С. 87-91.
8. Солдатова Г. Т. Влияние математической деятельности на развитие исследовательских умений студента высшей школы // Бизнес. Образование. Право. 2023. № 4(65). С. 307-310.
9. Теплов Б. М. Способности и одаренность // Хрестоматия по психологии / под ред. А. В. Петровского. Москва: Просвещение, 1987. С. 34-43.
10. Эсаулов А. Ф. Психология решения задач. Методическое пособие. Москва: Просвещение, 1972. 216 с.

Mathematical Problems as a Means of Developing Students' Mental Abilities in Studying Disciplines of the Mathematical Cycle

Elena V. Matveeva

PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Far Eastern State Transport University,
680021, 47, Serysheva str., Khabarovsk, Russian Federation;
e-mail: gabitus-ev@mail.ru

Elena N. Muraya

PhD in Technical Sciences, Associate Professor,
Far Eastern State Transport University,
680021, 47, Serysheva str., Khabarovsk, Russian Federation;
e-mail: elena_muray22@mail.ru

Abstract

The article deals with the problem of developing the mental abilities of university students by means of mathematics. The relevance of this study is determined by existing legislative documents: the Decree of the President of the Russian Federation "On the National Development Goals of the Russian Federation until 2030," the Federal Law "On Education in the Russian Federation," and the Concept for the Development of Russian Mathematical Education in the Russian Federation. Special attention is paid to the problem of developing students' mental abilities as a result of mathematical activity. The aim of the study is to define the concept of abilities, in particular, human mental abilities, and to consider one of the ways of their development within the framework of higher education. The paper examines mathematical problems as a means of developing the mental abilities of technical university students using the example of studying the topic "Continuity of a Function of One Variable."

For citation

Matveeva E.V., Muraya E.N. (2026) Matematicheskiye zadachi kak sredstvo razvitiya umstvennykh sposobnostey studentov pri izuchenii distsiplin matematicheskogo tsikla [Mathematical Problems as a Means of Developing Students' Mental Abilities in Studying Disciplines of the Mathematical Cycle]. *Pedagogicheskii zhurnal* [Pedagogical Journal], 16 (1A), pp. 182-189. DOI: 10.34670/AR.2026.82.63.021

Keywords

Mental abilities, learning, problem solving, continuity of a function, classification of abilities, thinking.

References

1. Vinogradova, I.A., Olekhnik, S.N., & Sadovnichii, V.A. (2001). *Zadachi i uprazhneniia po matematicheskomu analizu: Posobie dlia universitetov, ped. vuzov: V 2 ch. Ch. 1: Differentsial'noe i integral'noe ischislenie* [Problems and exercises in mathematical analysis: A handbook for universities and pedagogical institutes: In 2 parts. Part 1: Differential and integral calculus] (V.A. Sadovnichii, Ed.). Moscow: Drofa.
2. Zhukov, S.M. (2022). Sistema kriteriev otsenki tvorcheskogo potentsiala studentov vyssheishkoly [A system of criteria for assessing the creative potential of higher education students]. *Pedagogicheskoe obrazovanie* [Pedagogical Education], 3(9), 11–14.
3. *Zadachnik po kursu matematicheskogo analiza. Ucheb. posobie dlia studentov zaochn. otdelenii fiz.-mat. fak-tov pedinstitutov. Ch. I* [Problem book for the course of mathematical analysis. A textbook for part-time students of physics and mathematics departments of pedagogical institutes. Part I]. (1971). (N.Ia. Vilenkin, Ed.). Moscow: Prosveshchenie.
4. Kravtsova, N.A., Erofeeva, O.N., & Denisenko, I.S. (2023). Obrazovatel'nye tekhnologii i povyshenie kachestva obrazovatel'nogo protsessa budushchikh inzhenerov zheleznodorozhnogo transporta [Educational technologies and improving the quality of the educational process for future railway transport engineers]. *Pedagogicheskii zhurnal* [Pedagogical Journal], 13(5A), 265–274.
5. Kruglikova, O.V., & Matveeva, E.V. (2015). Primenenie metoda evristicheskikh voprosov dlia razvitiia tvorcheskikh sposobnostei studentov pri izuchenii matematiki [Application of the heuristic questions method for developing students' creative abilities in studying mathematics]. *Vestnik TOGU: Filosofii, kulturologiia i pedagogika* [Bulletin of PNU: Philosophy, Cultural Studies and Pedagogy], (4(39)), 293–300.
6. Kurakin, V.A., Shaginov, D.Iu., Testova, S.S., Solov'ev, A.R., Pototskii, D.E., Dorkina, K.O., Starkova, D.V., & Krasil'nikova, T.D. (2021). Sposobnosti i kharakter cheloveka [Abilities and character of a person]. *Innovatsii. Nauka. Obrazovanie* [Innovations. Science. Education], (48), 1915–1922.
7. Matveeva, E.V., & Kruglikova, O.V. (2024). Evristicheskie metody kak sredstvo razvitiia tvorcheskogo myshleniia studentov pri izuchenii distsiplin matematicheskogo tsikla [Heuristic methods as a means of developing students' creative thinking in studying mathematical cycle disciplines]. *Sovremennaia nauka: aktual'nye problemy teorii i praktiki. Seria: Gumanitarnye nauki* [Modern Science: Actual Problems of Theory and Practice. Series: Humanities], (1-2), 87–91.
8. Soldatova, G.T. (2023). Vliianie matematicheskoi deiatel'nosti na razvitie issledovatel'skikh umenii studenta vyssheishkoly [The influence of mathematical activity on the development of research skills of a higher education student]. *Biznes. Obrazovanie. Pravo* [Business. Education. Law], (4(65)), 307–310.
9. Teplov, B.M. (1987). Sposobnosti i odarennost' [Abilities and giftedness]. In A.V. Petrovskii (Ed.), *Khrestomatiiia po psikhologii* [Anthology of Psychology] (pp. 34–43). Moscow: Prosveshchenie.
10. Esaulov, A.F. (1972). *Psikhologiia resheniia zadach. Metodicheskoe posobie* [The psychology of problem solving. A methodical handbook]. Moscow: Prosveshchenie.