УДК 159.9

Характеристика формирования комбинаторных действий в начальной школе

Зак Анатолий Залманович

Ведущий научный сотрудник,
Психологический институт Российской академии образования,
125009, Российская Федерация, Москва, ул. Моховая, 9;
e-mail: jasmin67@mail.ru

Аннотация

Целью исследования было определение условий совершенствования комбинаторных действий у младшеклассников (в частности у школьников 3 класса). Авторская образовательная программа «Комбинация-2» должна была создать такие условия. Программа включает 30 видов нестандартных заданий с внеурочным содержанием. Каждый вид заданий имел три структурных варианта: найти ответ, найти вопрос, найти часть исходных условий. Выполнение этих заданий требует осуществления комбинаторных действий. Контрольную группу составил 91 ученик, экспериментальную – 96 учеников, которые приняли участие в 30 групповых занятиях (еженедельно, с сентября по май). Была проведена первичная и заключительная диагностика комбинаторных действий. Исследование показало, что занятия по программе «Комбинация-2» способствуют совершенствованию комбинаторных действий у детей. В дальнейших исследованиях планируется определить, в какой степени программа «Комбинация-2» способствует совершенствованию комбинаторных действий у детей 10 лет (четвероклассников).

Для цитирования в научных исследованиях

Зак А.З. Характеристика формирования комбинаторных действий в начальной школе // Психология. Историко-критические обзоры и современные исследования. 2024. Т. 13. № 10А. С. 18-31.

Ключевые слова

Комбинаторные действия, формирование, дети 9 лет, программа «Комбинация-2», внеурочные занятия.

Введение

Совершенствование комбинаторных действий в начальной школе необходимо для успешного освоения математики в средних и старших классах школы.

Анализ исследований, посвященных рассмотрению особенностей решения комбинаторных задач младшими школьниками, позволяет выделить несколько основных направлений

В одном направлении изучались: представления детей отмеченного возраста о числе при решении соответствующего типа математических задач [Palmér, van Bommel, 2017]; особенности систематизации и представления решений таких задач [Palmér, van Bommel, 2018]; варианты нахождения результата с использованием пиктографических и иконических представлений содержания (например, животных) в контексте заданий и использования цифровых инструментов [Темникова, 2018]; особенности применения при решении задач систематизации и дублирования действий. в сочетании с использованием цифрового варианта предлагаемых визуальных условий [Van Bommel, Palmér, 2018].

В целом результаты проведенных исследований показывают, что успешность решения комбинаторных задач в изучаемом возрасте связана с представлениями детей о числе, а также с систематизацией и использованием цифровых инструментов.

Другое направление исследований было связано со сравнением особенностей решения комбинаторных задач детьми 7 и 5 лет. Установлено [English, 1991], что дети 7 лет, в отличие от детей 5 лет, способны находить системные стратегии решения комбинаторных задач с двумя переменными признаками.

На основе экспериментов с детьми 7 и 4 – 6 лет [Поддьяков, 2011] показано, что у детей старшего возраста, в отличие от младших, игра с нестандартными конструкциями многомерных объектов в большей степени способствует развитию комбинаторных навыков.

В третьем направлении исследований изучались возможности детей 7 –12 лет в решении комбинаторных задач. Было установлено: дети 7 лет на основе анализа сортировки различных объектов (рисунков, букв, фишек домино, цифр) способны находить различные успешные стратегии комбинирования этих объектов [Krpec, 2014]; дети 8 лет могут структурировать решение простых комбинаторных задач на основе использования ими информативных представлений [15], дети 7 и 8 лет могут находить успешные стратегии решения комбинаторных задач с тремя изменяющимися признаками [English, 1993].

Следует отметить, что в более поздней работе [English, 2005] этот автор, обобщая результаты предыдущих исследований [English, 1991; English, 1993], показывает, что сложность решаемых детьми комбинаторных задач связана с когнитивными способностями младших школьников.

Такой же вывод был сделан и в результате экспериментов с детьми 8 - 11 лет [Van Bommel, Palmér, 2018] успешность решения комбинаторных задач различной сложности связана с уровнем развития интеллекта, определяемым по результатам решения известных задач Пиаже [Piaget, 1969] на сохранение количества.

Четвертое направление исследований было связано с изучением стратегий и методов решения комбинаторных задач детьми: охарактеризованы основные методы успешного решения разных типов комбинаторных задач детьми 10–11 лет и показана эффективность применения систематической записи при создании учениками возможных групп элементов с помощью рассуждений [Palmér, van Bommel, 2018; Piaget, Inhelder, 1969]; отмечено, что не все учащиеся 3-го класса могут самостоятельно найти решение комбинаторных задач и что используемые учащимися представления не оказывают существенного влияния на достижение правильного решения, а наибольшее влияние оказывает применение стратегий для нахождения результата [Зак, 2004]; описаны методы решения учащимися 2 и 3 классов комбинаторных задач, связанных с расчетом возможных вариантов сочетаний предложенных элементов в соответствии с определенными требованиями [Maher, Yankelewitz, www...]; установлено, что при изучении связи схем и интуиции на материале решения комбинаторных задач различного рода (перестановки, расстановки с заменой и без нее, сочетания) дети 6 лет могут решать комбинаторные задачи не только с помощью рассуждений, но и интуитивно, опираясь при этом на правильные и неправильные схемы [Eizenberg, Zaslavsky, 2003], – данные последнего исследования позволили авторам утверждать, что для формулирования у детей правильных интуитивных догадок необходимо использовать правильные схемы решения.

Специальное исследование стратегий поиска решения комбинаторных задач младшими школьниками [Höveler, 2016; Höveler, 2018; Höveler, www...] показало, что дети используют три основные стратегии подсчета количества возможных комбинаций — мультипликативную, аддитивную и компенсационную, — которые отражают традиционные принципы комбинаторного счета.

Изучение процесса решения комбинаторных задач [Hidayati, Sa'dijah, Abd Qohar, 2019] позволило выделить основные 4 этапа: идентификация (характеристика комбинаторной задачи), выбор объекта комбинирования, вывод (определение типа комбинирования) и рефлексия (сравнение содержания предыдущих этапов).

Пятое направление исследований связано с различного рода вмешательствами в процесс обучения решению комбинаторных задач. Так, анализ возможностей освоения в начальной школе методов решения комбинаторных задач на основе оригинальной творческой педагогической стратегии, реализуемой путем методического преобразования комбинаторных элементов в начальных разделах математики, показало, что с помощью этой стратегии достигаются более существенные эффекты по сравнению с существующим низким уровнем решения комбинаторных задач и что применение этой стратегии может существенно повлиять на качество начального обучения математике и интеллектуальное развитие детей [Krekić-Pinter, Ivanović, Namestovski, 2015] .

Исследование особенностей обучения учащихся 1– 4 классов решению комбинаторных задач позволило установить, что за счет использования в курсе сочетания различных стратегий, связанных с перестановкой элементов, у детей формируются умения осуществлять сочетание различных объектов [Поддьяков, 2011].

Рассмотрение влияния кооперации на решение комбинаторных задач привело к открытию взаимосвязи кооперации, контроля и успешного решения задач, которая характеризуется тем, что кооперация приводит к более высоким степеням контроля, что, в свою очередь, приводит к более правильным решениям [Eizenberg, Zaslavsky, 2003].

Краткое описание исследования

Содержание рассмотренных исследований позволяет отметить, что большинство исследователей используют учебный материал. Мы считаем, что материалы неучебного содержания также могут быть использованы для совершенствования комбинаторных действий. Эти материалы создают благоприятные условия для усвоения комбинаторных действий, так как знание учебной программы не определяет в этом случае успешность решения предлагаемых поисковых задач (в отличие от учебного материала). Дети с недостаточной успеваемостью более уверены в решении неучебных задач, так как этот новый опыт не связан у них с неудачами.

Целью настоящего исследования было определение условий совершенствования комбинаторных действий у детей 9 лет.

Гипотеза работы состояла в том, что условием отмеченного совершенствования служат 30 занятий по программе «Комбинация-2».

Это предположение основано на результатах предварительных экспериментов, в которых 18 детей 9 лет на 12 занятиях (по два в неделю) решали задания программы «Комбинация-2». Установлено, что такие задания способствовали совершенствованию комбинаторных действий [Зак, 2004].

Программа включает 30 видов нематематических комбинаторных задач трех категорий: компаративные, пространственные и маршрутные. Решение компаративных задач связано с поиском сочетаний признаков в сравниваемых объектах, решение пространственных задач связано с поиском сочетаний действий по преобразованию одного расположения объектов в другое, решение маршрутных задач связано с поиском сочетаний воображаемых перемещений персонажей на игровом поле.

Исследование состояло из трех этапов. На 1-м этапе участвовали две группы учащихся (контрольная группа - 91 ребенок, экспериментальная группа – 96 детей). Все учащиеся решали поисковые задачи для определения степени сформированности комбинаторных познавательных действий. На 2-м этапе с экспериментальной группой было проведено 30 занятий по программе «Комбинация-2» (по одному занятию в неделю). На 3-м этапе дети обеих групп снова решали те же поисковые задачи, что и на 1-м этапе.

Материалы и методы

Программа «Комбинация-2» рассчитана на проведение 30 занятий на основе 30 видов нестандартных заданий с неучебным содержанием: 10 видов задач на сравнение геометрических фигур (компаративные задачи), 10 видов пространственных задач, 10 задач видов на перемещение воображаемых персонажей по определенным правилам (маршрутные задачи). Отмеченные компаративные, пространственные и маршрутные задачи способствуют совершенствованию комбинаторных познавательных действий. На каждом занятии дети решали задачи одного типа.

1. Содержание программы «Комбинация-2».

Урок 1: компаративные задачи (тип 1). Урок 2: пространственные задачи (тип 1). Урок 3: маршрутные задачи (тип 1). Урок 4: компаративные задачи (тип 2). Урок 5: пространственные задачи (тип 2). Урок 6: маршрутные задачи (тип 2). Урок 7: компаративные задачи (тип 3). Урок 8: пространственные задачи (тип 3). Урок 9: маршрутные задачи (тип 3). Урок 10: компаративные задачи (тип 4). Урок 11: пространственные задачи (тип 4). Урок 12: маршрутные задачи (тип 4). Урок 13: компаративные задачи (тип 5). Урок 14: пространственные задачи (тип 5). Урок 15: маршрутные задачи (тип 5). Урок 16: компаративные задачи (тип 6). Урок 17: пространственные задачи (тип 6). Урок 18: маршрутные задачи (тип 6). Урок 19: компаративные задачи (тип 7). Урок 20: пространственные задачи (тип 7). Урок 21: маршрутные задачи (тип 7).

Урок 22: компаративные задачи (тип 8). Урок 23: пространственные задачи (тип 8). Урок 24: маршрутные задачи (тип 8). Урок 25: компаративные задачи (тип 9). Урок 26: пространственные задачи (тип 9). Урок 27: маршрутные задачи (тип 9). Урок 28: компаративные задачи (тип 10). Урок 29:пространственные задачи (тип 10).Урок 30: маршрутные задачи (тип 10).

2. Компаративные задачи.

10 типов задач, в которых требуется сравнивать геометрические фигуры – четырехугольники разной формы (рис.1).

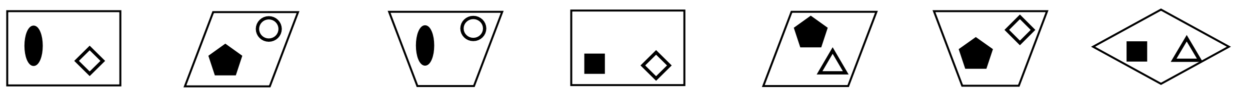

Рисунок 1 - Четырехугольники с дополнительными изображениями (признаками)

Тип 1, например: «Рассмотри четырехугольники 2, 3, 6. Какой четырехугольник похож по форме на четырехугольник 6?»

Тип 2, например: «Четырехугольники 1, 3, 5. Какой четырехугольник имеет одинаковый признак с четырехугольником 5?»

Тип 3, например: «Четырехугольники 1, 4, 5. Какой четырехугольник, 4 или 5, имеет больше одинаковых признаков с четырехугольником 1»

Тип 4, например: «Четырехугольники 2, 4, 7. Какой четырехугольник, 2 или 4, имеет меньше одинаковых признаков с четырехугольником 7?»

Тип 5, например: «Четырехугольники 1, 2, 3, 6. Какой четырехугольник, 2 или 3, похож по форме на четырехугольник 6 и имеет такую же темную маленькуюфигуру, как у четырехугольника 1?»

Тип 6, например: «Четырехугольники 1, 4, 6, 7. Какой четырехугольник, 1 или 4, имеет один одинаковый признак с четырехугольником 6 и один одинаковый признак с четырехугольником 7?»

Тип 7, например: «Четырехугольники 1 - 7. Четырехугольники 1 и 6 имеют один и тот же признак. Какие два четырехугольника — 2, 3 или 1, 4 — имеют больше одинаковых признаков, чем четырехугольники 1, 6?"

Тип 8, например: "Четырехугольники 1 - 7. Какой четырехугольник, 3 или 5, похож по форме на четырехугольник 1, имеет темную маленькую фигуру, как у четырехугольника 6, и светлую маленькую фигуру, как у четырехугольника 2?"

Тип 9, например: "Четырехугольники 1 - 7. Какой четырехугольник, 4 или 3, имеет один одинаковый признак с четырехугольником 1, один одинаковый признак с четырехугольником 2 и один одинаковый признак с четырехугольником 6?"

Тип 10, например: "Четырехугольники 1 - 7. Четырехугольники 2, 5, 6 имеют один одинаковый признак. Какие три четырехугольника — 2, 3, 5; 1, 4, 6 или 5, 6, 7 — имеют равное количество одинаковых признаков с четырехугольниками 2, 5, 6?"

3. Пространственные задачи.

10 типов пространственных задач, в которых требуется одно расположение объектов преобразовать в другое.

Тип 1, например: «Как за два хода изменить положение букв | Н | | Г |, чтобы получить следующее расположение | Г | Н | | ?» Правило: один ход — это перемещение любой буквы на свободное место. Решение: 1. | Н | | Г | --- | | Н | Г |; 2. | | Н | Г | --- | Г | Н | | или | Н | | Г --- | | Н | Г | --- | Г | Н | |: на 1-м ходу буква «Н» перемещается на свободное место, на 2-м ходу — перемещается буква «Г».

Тип 2, например: «Как можно за два хода изменить расположение букв | Г | Г | N | |, чтобы получить следующее расположение цифр | 4 | 7 | | 7 | ?

Правило: 1) один ход — это перемещение любой буквы на пустое место; 2) одинаковые буквы должны быть размещены так же, как и одинаковые цифры. Решение: | Г | Г | Н | | --- | | Г | Н | Г | --- | Н | Г | | Г |.

Тип 3, например: «Как можно изменить положение букв | Н | | Г | | Т | за два хода, чтобы получить следующее расположение | | Н | Г | Т | |? "

Правило: один ход — это перемещение любой буквы на свободное место.

Решение: 1. | Н | | Г | | Т | --- | | Н | Г | | Т |; 2. | | Н | Г | | Т | --- | | Н | Г | Т | | или | Н | | Г | | Т | --- | | Н | Г | | Т | --- | | Н | Г | Т | |: на 1-м ходу буква «Н» перемещается на свободное место, на 2-м ходу — перемещается буква «Т».

Тип 4, например: «Как расстановку букв | Н | | Н | | Т | изменить за два хода так, чтобы получить расстановку цифр | | 6 | 6 | 3 | |? " Правило:

1) один ход — перемещение любой буквы на пустое место; 2) одинаковые буквы должны быть размещены так же, как и одинаковые цифры.

Решение: | Н | | Н | | Т | --- | | Н | Н | | Т | --- | | Н | Н | Т | | .

Тип 5, например: «Как можно изменить расположение букв: за н в

два хода так, чтобы получилось следующее расположение: ? н

Решение: н в -- н в : на н 1 буква «Т» перемещается на

свободное место, на ходу 2 — буква «Н».

Тип 6, например: «Как можно изменить расположение букв за н т

два хода так, чтобы получилась следующая расстановка цифр ?» 5

Правило: одинаковые буквы должны быть размещены так же, как и одинаковые цифры.

Решение: н т - н т : н т у 1 буква «Т» перемещается на

свободное место, на ходу 2 — буква «Н».

Тип 7, например: «Как можно изменить расположение букв: НТД за два хода так, чтобы получилась следующая расстановка: ДНТ?» Правило: один ход — одновременный обмен местами двух букв. Решение: НТД ... НДТ ... ДНТ: сначала меняются местами буквы Т и Д, затем буквы Н и Д.

Тип 8, например: «Как можно изменить расстановку букв Н Т Т Д за два хода, чтобы получить расстановку цифр 6 8 5 5?» Решение: Н Т Т Д ... Н Т Д Т ... Н Д Т Т

Тип 9, например: «Как можно изменить расстановку букв: н д

за два хода, чтобы получить следующую расстановку: с н
Правило: один ход — одновременный обмен местами двух букв.

Решение: … н д -- н с с н

Тип 10, например: «Как можно изменить расстановку букв: н д

за два хода, чтобы получить следующую расстановку цифр ?» 9 4

Решение н д --- д н --- д н

2. 4. Маршрутные задачи.

10 типов маршрутных задач, связанных с перемещением воображаемых персонажей на игровом поле по определенным правилам.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Рисунок 2 - Игровое поле

Тип 1, например: «Какие два шага сделал муравей, чтобы попасть из 11 в 18?» Правило: 1) «Муравей» – воображаемый персонаж, который перемещается по числам в клетках на квадратном игровом поле; 2) характеристики его перемещений таковы: (а) он шагает прямо, то есть в соседнюю клетку по вертикали (например, из клетки 13 в клетку 8 или клетку 18) или по горизонтали (например, из клетки 13 в клетку 14 или 12); (б) он шагает наискось, то есть по диагонали (например, из клетки 13 в клетку 7 или 9 или 19 или 17); 3) муравей не может сделать два одинаковых шага (два прямых шага или два шага наискось) подряд. Решение: 11 ... 12 ... 18.

Тип 2, например: «Какие два полета совершила бабочка, чтобы добраться из 11 в 5?» Правило: 1) «Бабочка» – воображаемый персонаж, который перемещается по числам в клетках на квадратном игровом поле; 2) характеристики ее перемещений таковы: (а) она летит прямо, то есть через клетку по вертикали (например, из клетки 13 в клетку 3 или клетку 23) или по горизонтали (например, из клетки 13 в 11 или 15); (б) она летит наискось, то есть по диагонали, например: из 13 в 5 или 1 или 21 или 25; 3) бабочка не может совершить два одинаковых полета (два прямых полета или два полета наискось) подряд. Решение: 11 ... 13 ... 5.

Тип 3, например: «Какие два прыжка сделал кузнечик, чтобы попасть из 11 в 19?» Правило: 1) «Кузнечик» – воображаемый персонаж, который перемещается по числам в клетках на квадратном игровом поле; 2) характеристики его движений следующие: он прыгает через клетку (например, из клетки 13 в клетку 6 или 2 или 4 или 10 или 20 или 24 или 22 или 16). Решение: 11 ... 22 ... 19.

Тип 4, например: «Какие два перемещения нужно сделать муравью (прямо) и бабочке (наискосок), чтобы попасть из 7 в 20?» Решение: 7...8 ... 20.

Тип 5, например: «Какие два перемещения нужно сделать муравью (наискосок) и бабочке (прямо), чтобы попасть из 8 в 22?» Решение: 8...12... 22.

Тип 6, например: «Какие два перемещения должны сделать муравей (прямо) и кузнечик, чтобы добраться от 2 до 10?» Решение: 2 ... 3 ... 10.

Тип 7, например: «Какие два перемещения должны сделать муравей (наискосок) и кузнечик, чтобы добраться от 4 до 17?» Решение: 4 ... 8 ... 17.

Тип 8, например: «Какие два перемещения должны сделать бабочка (прямо) и кузнечик, чтобы добраться от 18 до 5?» Решение: 18 ... 8 ... 5.

Тип 9, например: «Какие два перемещения должны сделать бабочка (наискосок) и кузнечик, чтобы добраться от 7 до 22?» Решение: 7...19...22.

Тип 10, например: «Какие три перемещения нужно сделать муравью, бабочке и кузнечику, чтобы из 6 попасть в 22?» Решение: 6...7...19...22.

2.5. Характеристика дополнительных занятий.

Занятия по программе «Комбинация-2» включают три периода.

В первом периоде (около 15 минут) учитель и дети рассматривают способы решения типа задач, предназначенных для данного урока. Требуется, чтобы ученики, во-первых, поняли, в чем заключается искомое в задачах того типа, которые предлагаются на данном уроке, а во-вторых, что нужно сделать, чтобы найти искомое. Учитель рассказывает ученикам, как разбирать задачи, как действовать для нахождения искомого и как контролировать свои действия при решении задач.

Во втором периоде (около 30 минут) дается время на самостоятельное решение 12-15 задач. Здесь дети имеют возможность использовать информацию, предоставленную учителем в предыдущем периоде, для поиска требуемого результата в предложенных задачах.

В третьем периоде (около 15 минут) учитель проверяет самостоятельно решенные детьми задачи. При этом особое внимание он уделяет неверным результатам, чтобы еще раз проинформировать детей о том, как понимать условия задач и как действовать, чтобы найти искомое.

2.6. Диагностика комбинаторных действий.

До и после 30 занятий проводилась групповая диагностика. Детям предлагались комбинаторные задачи, связанные с поиском комбинаций перестановок между двумя цифрами на игровом поле 2.

Сначала детям говорилось, что круги – это дома, в которых живут цифры. Линии между кругами — это дороги, которые ведут от домика одной цифры к домику другой.

Затем учитель пишет на классной доске условие простой комбинаторной задачи: (4 ---? --- 2) и говорит детям: «Вам нужно узнать, какие две дороги могут привести от цифры 4 к 2?» Далее он рассматривал решение задачи с учениками. После обсуждения были записаны оба варианта решения: (4 --- 5 --- 2) и (4 --- 1 --- 5).

После этого детям были предложены две сложные комбинаторные задачи, в которых нужно было найти все комбинации из трех дорог между двумя цифрами: 1) 2 ---? ---? --- 8; 2) 6 ---? --- ? --- 4.

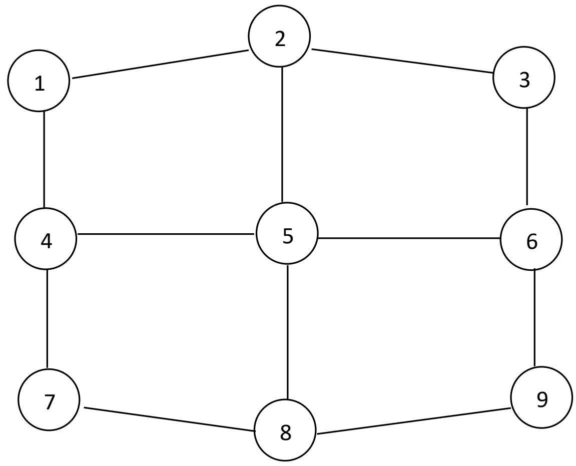

Рисунок 3 - Игровое поле 2

На каждую задачу отводилось по десять минут.

При интерпретации результатов решения задачи учитывалось, что выбор последующей комбинации по отношению к предыдущей может быть случайным или последовательным. В 1-м варианте пары соседних комбинаций не имеют общего компонента, например: (2 ---1 --- 4 --- 8) или (2 --- 5 --- 6 --- 8). Во 2-м варианте выбор последующей комбинации включал компонент, который был в предыдущей комбинации, например: (2 --- 1 --- 4 --- 8) или (2 --- 1 --- 5 --- 8).

Если выбор каждой последующей комбинации был случайным, то стратегия считалась хаотичной. Если выбор был предельно последовательным, то такая стратегия считалась систематической. При такой стратегии имелось максимальное количество (шесть) смежных пар комбинаций с общим компонентом. Если в процессе решения задачи производились случайные и последовательные выборы, то такая стратегия считалась смешанной, – она может содержать от одного до пяти последовательных вариантов. Это позволяет выделить пять уровней последовательности в реализации смешанной стратегии.

Обработка результатов решения задач по обоим заданиям позволила выделить три группы испытуемых в контрольной и экспериментальной группах. Дети подгруппы А реализовали хаотическую стратегию при решении обеих задач, дети подгруппы Б решили первую задачу с хаотической стратегией, вторую — со смешанной стратегией, дети подгруппы В реализовали смешанную стратегию при решении обеих задач.

Результаты и обсуждение

1. Характеристика совершенствования комбинаторных действий у детей экспериментальной и контрольной групп.

Таблицы 1а и 1б.

Учащиеся контрольной (К) и экспериментальной (Э) групп, решившие на основе случайной стратегии две задачи (подгруппа А) и одну задачу (подгруппа Б), и решившие обе задачи с использованием смешанной стратегии (подгруппа В) в сентябре (таблица 1) и мае (таблица 2).

Таблица 1 - Сентябрь

Подгруппы	**А**	**Б**	**В**
Группа (К)	44 (48,35%)	24 (26,37%)	23 (25,27%)
Группа (Э)	49 (51,04%)	24 (25,00%)	23 (23,96%)

Таблица 2 - Май

Подгруппы	**А**	**Б**	**В**
Группа (К)	36 (39,56%)**	28 (30,77%	27 (29,61%)*
Группа (Э)	18 (18,75%)**	35 (36,46%)	43 (44,79%)*

Примечание: $*p < 0,05$; $**p < 0,01$.

Согласно данным таблицы 1, результаты, продемонстрированные детьми контрольной и экспериментальной групп, использовавшими случайные и смешанные стратегии, достоверно не различались.

Различие в численности подгрупп А в группах (К) и (Э) составила 2,69%, подгрупп Б – 1,37%, подгрупп В - 1,31%. В мае (таблица 1б) различие в численности подгрупп изменилось и стало статистически значимым для подгрупп А и В, соответственно: 21,81% ($p < 0,01$) и 15,18% ($p < 0,05$). При этом различие подгрупп Б увеличилось с 1,37% до 5,69%, но осталось статистически незначимым.

Таким образом, исследование подтверждает исходную гипотезу: программа «Комбинация-2» способствует совершенствованию комбинаторных действий у детей 9 лет, обучающихся в 3 классе.

2. Условия эксперимента.

Отмеченный результат объясняется особенностями программы «Комбинация-2»: неучебное содержание поисковых задач, дифференциация их по виду (пространственные, компаративные, маршрутная) и по сложности.

Важную роль в полученном результате играют также специфические характеристики внеурочной деятельности: 30 дополнительных часовых уроков, которые проводились еженедельно в течение девяти месяцев. Каждый урок состоял из трех частей — предварительное обсуждение, самостоятельное решение задач, итоговое обсуждение. Предварительное и итоговое обсуждения способствовали совершенствованию комбинаторных действий, поскольку были направлены на обучение детей способам анализа и решения задач, методам контроля поисковых действий и оценки получаемых решений.

Испытуемыми выступили обычные ученики обычных классов двух обычных школ. Контрольная группа состояла из двух классов одной и трех классов другой школы, а экспериментальная группа состояла из трех классов первой и двух классов второй школы.

3. Ограничения исследования.

В сентябре, в среднем, 48,35% учеников применяли случайные стратегии, 26,37% – случайные и смешанные стратегии, 25,27% – смешанные стратегии. При ином составе испытуемых, когда результаты составили бы, соответственно, 30%, 20% и 10%, успешность дополнительных уроков была бы ниже.

Характеристика педагогов. Их педагогический стаж, в среднем, составлял 15 – 20 лет, но если бы он был 3 –5 лет, то совершенствование действий у детей экспериментальной группы было бы менее эффективным.

Заключение

Как было отмечено, целью исследования было определение условий совершенствования комбинаторных действий у детей 9 лет, обучающихся в третьем классе. В итоге работы было установлено, что авторская программа «Комбинация-2» (30 типов неучебных заданий разной сложности трех видов) действительно выступает существенным условием достижения этой цели.

Полученные в ходе исследования новые знания об условиях совершенствования комбинаторных действий расширяют и уточняют представления возрастной психологии о возможностях интеллектуального развития младших школьников.

Установленная эффективность программы «Комбинация-2» позволяет предположить, что развивающие программы на неучебном материале могут стать условием интеллектуального обогащения образовательной среды начальной школы.

По мнению педагогов, проведение занятий по программе «Комбинация-2» привело к положительным изменениям как в их деятельности, так и в поведении учащихся.

В частности, педагоги стали применять больше задач с неполными условиями или отсутствующими вопросами и чаще предлагать детям выполнять задания, похожие на те, которые решались на дополнительных уроках (подробнее о психологических особенностях составления детьми заданий см. в нашей монографии [26]). Дети стали активнее обсуждать вопросы по математике и придумывать больше примеров, иллюстрирующих правила грамматики.

На следующих этапах нашей работы, – по определению условий совершенствования комбинаторных действий у младших школьников, – планируется провести аналогичное исследование с детьми 8 и 10 лет.

Это позволит более полно и точно оценить влияние программы «Комбинация-2» на развитие комбинаторных действий младших школьников. На основе новых полученных данных намечается разработать комплексную программу обучения мышлению учащихся младших классов, в которой программа «Комбинация-2» будет выполнять функции пропедевтики развития критического и творческого мышления.

Библиография

1. Břehovský, J., Příhonská, J. Combinatorial problems in mathematics for primary schools // 16th Conference on Applied Mathematics. Source: Aplimat. Journal of Applied Mathematics and Engineering. 2017. P. 206–214.
2. Břehovský, J., Příhonská, J. The abilities of primary school students to solve combinatorial problems // 17th Conference on Applied Mathematics. Source: Aplimat. 2018. P. 108–116.
3. English, L.D. Strategies of combinatorics in young children // Educational Studies in Mathematics. 1991. Vol. 22, No. 5. P. 451–474.
4. English, L.D. Children's strategies for solving two- and three-dimensional combinatorial problems // Journal for Research in Mathematics Education. 1993. Vol. 24, No. 3. P. 255–273.
5. English, L.D. Combinatorics and the development of children's combinatorial thinking // In: Jones, G.A. (Ed.) Teaching Probability in Schools. Mathematics Education Library, Vol. 40. Springer, Boston, MA, 2005. P. 121–141.
6. Eizenberg, M., Zaslavsky, O. Journal of Mathematical Behavior. 2003. Vol. 22, No. 4. P. 389–403.
7. Fischbein, E., Grossman, A. Schemes and intuitions in combinatorial reasoning // Educational Studies in Mathematics. 1997. Vol. 34. P. 27–47.
8. Herzog, M., Ehlert, A., Fritz, A. Combinatorial tasks in third grade primary school // Journal of Mathematical Didactics. 2017. Vol. 38. P. 263–289.
9. Hidayati, Y., Sa'dijah, C., Abd Qohar, S. Combinatorial thinking for solving combinatorial problems in multiple-choice format // International Journal of Learning, Teaching and Educational Research. 2019. Vol. 18, No. 2. P. 65–75.

10. Höveler, K. Strategies of combinatorial counting in children and their connection to the 13th International Congress on Mathematical Education // Hamburg, July 24-31, 2016. P. 231–245.
11. Höveler, K. Strategies of combinatorial counting in children and their connection to traditional mathematical principles of counting // Teaching and Learning Discrete Mathematics Worldwide: Curriculum and Research / ICME-13 Monographs; Eds.: Hart, E.W., Sandefur, J., 2018. P. 81–92.
12. Höveler, K. Solving combinatorial counting problems: Recursive strategies of first graders // Paper presented at the 42nd Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Umeå, Sweden.
13. Krekić-Pinter, V., Ivanović, J., Namestovski, Ž. Lenke Major's strategy and methods for solving combinatorial problems in primary mathematics education // International Journal of Modern Educational Studies. 2015. Vol. 2, No. 6. P. 77–87.
14. Krpec, R. Development of combinatorial skills in primary school students through organizing sets of elements // Acta Mathematica, 2014. Vol. 17.
15. Maher, C., Yankelewitz, D. Representations as tools for argument construction // In: Maher, C., Powell, A., Uptegrove, E. (Eds.) Combinatorics and Reasoning: Representation, Justification, and Construction of Isomorphisms (pp. 17–26). New York: Springer, 2010.
16. Maher, C.A., Yankelewitz, D. Chapter 3: Representations as tools for argument construction // In: Maher C.A., Powell A.B., Uptegrove E.B (Eds.) Combinatorics and Reasoning: Representation, Justification, and Construction of Isomorphisms / Springer Netherlands; pp. 17–25.
17. Palmér, H., van Bommel, J. Investigating the role of representations when children work on a combinatorial task // ICT in Mathematics Education: Future and Reality: Proceedings of MADIF10; Tenth Swedish Seminar on Research in Mathematics Education / Eds.: Häggström J., Norén E., van Bommel J., Sayers J., Helenius O., Liljekvist Y., 2017; pp. 47–56.
18. Palmér, H., van Bommel, J. (2018). The role of and connection between systematization and representation when young children work on a combinatorial task. «European Early Childhood Education Research Journal», 26(4), 562–573.
19. Piaget, J., Inhelder, B. (1969). «The Psychology of the Child». New York: Basic Books.
20. Palmér, H., van Bommel, J. (2018). The role of and connection between systematization and representation when young children work on a combinatorial task. «European Early Childhood Education Research Journal», 26(4), 562–573.
21. Piaget, J., Inhelder, B. (1969). «The Psychology of the Child». New York: Basic Books.
20. Поддьяков А.Н. (2011). Мультифункциональные объекты для стимуляции комбинаторного эксперимента и причинно-экспериментального мышления у детей младшего возраста. *Психология в России: состояние и перспективы*, 4, 397-420.
21. Темникова М. (2018). Комбинаторные математические задачи в обучении математике для классов 1-4. *Европейский научный журнал*, 2, 46-55.
22. Van Bommel J., Palmér H. (2018a). Paper or digital: a study on combinatorics in preschool class. In E. Norén, H. Palmér, A. Cooke (Eds.), NORMA17. Nordic Research in Mathematics Education. Göteborg: Svensk förening för MatematikDidaktisk Forskning – SMDF.
23. Van Bommel J., Palmér H. (2018б). Enhancing young children’s understanding of a combinatorial task by using a duo of digital and physical artefacts. Early Years. An International Journal of Research and Development, 2, 38-54.
24. White, H. (1984). The Development of Combinatorial Reasoning: The Role of Cognitive Capacity. The Journal of Genetic Psychology: Research and Theory on Human Development, 145(2), 185-193.
25. Зак А. (2004). Мышление младшего школьника. Санкт-Петербург: Содействие.
26. Зак А. Развитие авторского мышления у младших школьников [текст]. Москва: Библио-Глобус.

Characteristics of the formation of combinatorial actions in elementary school

Anatolii Z. Zak

Leading Researcher,
Psychological Institute of the Russian Academy of Education,
125009, 9 Mokhovaya str., Moscow, Russian Federation;
e-mail: jasmin67@mail.ru

Abstract

The aim of the study was to determine the conditions for improving combinatorial actions in primary school students (in particular, in third-grade schoolchildren). The author's educational program "Combination-2" was supposed to create such conditions. The program includes 30 types of non-standard tasks with extracurricular content. Each type of task had three structural options: find the answer, find the question, find part of the initial conditions. Completing these tasks requires the implementation of combinatorial actions. The control group consisted of 91 students, the experimental group - 96 students who took part in 30 group lessons (weekly, from September to May). Primary and final diagnostics of combinatorial actions were carried out. The study showed that classes under the "Combination-2" program contribute to the improvement of combinatorial actions in children. In further studies, it is planned to determine to what extent the "Combination-2" program contributes to the improvement of combinatorial actions in 10-year-old children (fourth-graders).

For citation

Zak A.Z. (2024) Kharakteristika formirovaniya kombinatornykh deistvii v nachal'noi shkole [Characteristics of the formation of combinatorial actions in elementary school]. *Psikhologiya. Istoriko-kriticheskie obzory i sovremennye issledovaniya* [Psychology. Historical-critical Reviews and Current Researches], 13 (10A), pp. 18-31.

Keywords

Combinatorial actions, formation, 9-year-old children, “Combination-2” program, extracurricular activities.

References

1. Břehovský, J., Příhonská, J.(2017). Combinatorial problems of mathematics for elementary school. 16th Conference of Applied Mathematics. Source: Aplimat. *Journal of Applied Mathematics and Engineerings,* 206 – 214.
2. Břehovský, J., Příhonská, J. (2018). The ability of primary school pupils to solve combinatorial tasks 17th Conference on Applied Mathematics. Source: Aplimat. 108 – 116
3. English L.D. (1991). Young children's combinatoric strategies. *Educational Studies in Mathematics, 22* (5), 451- 474.
4. English L.D. (1993). Children’s strategies for solving two- and three-dimensional combinatorial problems. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*(3), 255-273.
5. English L.D. (2005) Combinatorics and the Development of Children's Combinatorial Reasoning. In: Jones G.A. (eds) Exploring Probability in School. Mathematics Education Library, vol 40. Springer, Boston, MA .121-141.
6. Eizenberg, M. & Zaslavsky, O. (2003) The Journal of Mathematical Behavior 22(4),389-403.
7. Fischbein, E., & Grossman, A. (1997) Schemata and intuitions in combinatorial reasoning. Educational Studies in Mathematics, 34, 27-47.
8. Herzog M. , Ehlert A., Fritz A. (2017) Kombinatorikaufgaben in der dritten Grundschulklasse. *Journal für Mathematik-Didaktik, 38, 263 – 289.*
9. Hidayati Y., Sa’dijah C., Abd Qohar S., (2019). Combinatorial Thinking to Solve the Problems of Combinatorics in Selection Type *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research, 18 (2),* 65-75.
10. Höveler K. (2016). Children´s combinatorial counting strategies and their relationship to 13th International Congress on Mathematical Education Hamburg, 24-31 July 2016 TU Dortmund, Germany, 231 – 245.
11. Höveler K. (2018a). Children's Combinatorial Counting Strategies and their Relationship to Conventional Mathematical Counting Principles. *Teaching and Learning Discrete Mathematics Worldwide: Curriculum and Research. ICME-13 Monographs,* edited by Hart Eric W, Sandefur James, 81-92. Cham: Springer.
12. Höveler K. (2018b). Solving combinatorial counting problems: Primary children´s recursive strategies. Beitrag präsentiert auf der 42nd Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Umea, Schweden.
13. Krekić-Pinter V., Ivanović J., Namestovski Ž. (2015). Lenke Major Strategy and Methods for Solving Combinatorial Problems in Initial Instruction of Mathematics. *International Journal of Modern Education Research. 2 (6),* 77- 87.

14. Krpec, R. (2014) The development of combinatorial skills of the lower primary school pupils through organizing the sets of elements. *Acta mathematica, 17*.
15. Maher, C., Yankelewitz, D. (2010). Representations as tools for building arguments. In Maher, C., Powell, A., & Uptegrove, E. (Eds.), Combinatorics and Reasoning: Representing, Justifying and Building Isomorphisms (pp. 17–26). New York, NY: Springer.
16. Maher C. A., Yankelewitz D. (2011). Chapter 3 Representations as Tools for Building Arguments. in Combinatorics and Reasoning. Representing, Justifying and Building Isomorphisms Editors: Maher, C. A., Powell, A. B., Uptegrove, E. B. (Eds.) Publisher Springer Netherlands. 17-25
17. Palmér H., J.van Bommel (2017). Exploring the role of representations when young children solve a combinatorial task In *ICT in Mathematics Education: The Future and the Realities : Proceeding of MADIF10. The Tenth Swedish Mathematics Education Research Seminar*, edited by J. Häggström, E. Norén, J. van Bommel, J. Sayers, O. Helenius, and Y. Liljekvist, 47–56.
18. Palmér H., J.van Bommel (2018). The role of and connection between systematization and representation when young children work on a combinatorial task. *European Early Childhood Education Research Journal, 26 (4)*, 562 – 573.
19. Piaget, J., Inhelder B. (1969).*The Psychology of the Child*. New York: Basic Books.
20. Poddiakov A.N. (2011) Multivariable Objects for Stimulation of Young Children's Combinatorial Experimentation and Causal-Experimental Thought. *Psychology in Russia: State of the Art, 4*, 397- 420
21. Temnikova M. (2018). Combinatorial Mathematical Tasks in the Education in Mathematics for Grades 1.- 4. *European Scientific Journal, 2*, 46 – 55.
22. Van Bommel J., H. Palmér, 2018 (a). Paper or and digital: a study on combinatorics in preschool class. NORMA17. Nordic Research in Mathematics Education / [ed] E. Norén, H., Palmér, A. Cooke, Göteborg: Svensk förening för MatematikDidaktisk Forskning – SMDF, 2018.
23. Van Bommel J., H. Palmér, 2018 (б). Enhancing young children’s understanding of a combinatorial task by using a duo of digital and physical artefacts. *Early Years. An International Journal of Research and Development, 2, 38 – 54.*
24. White, H. (1984). The Development of Combinatorial Reasoning: The Role of Cognitive Capacity. *The Journal of Genetic Psychology: Research and Theory on Human Development 145*, (2), 185 - 193.
25. Zak A. (2004). *Myshlenie mladshego shkol’nika* [Thinking of the younger school student]. Sankt-Peterburg: Sodeystvie [in Russian].
26. Zak A. (2016).*Razvitie avtorskogo myshlenia u mladshih shkol’nikov* [Development of author’s thinking in younger schoolchildren]. Moscow: Biblio-Globus [in Russian].